Lycée qualifiant Mohamed VI Niveau : 1 BAC-SEG	DEVOIR SURVEILLE N° 1 Durée : 2h00min	Professeur : Bouyguir Taher Année scolaire : 2022/2023

Exercice 1 :(5pts)

Les questions de cet exercice sont indépendantes :

1. Étudier la vérité de chacune des propositions suivantes et justifier votre réponse : ..... (2 pts)

$$P:"\ (\exists x\in\mathbb{R})\ : x^2+x-2=0\ " \quad \text{et} \quad Q:"\ (\sqrt{2}\in\mathbb{Z})\ \Rightarrow\ 1 \text{ est premier}"$$
$$R:"\ 2+5=8\ \Leftrightarrow\ a^{2\times 0}=1\ " \quad \text{et} \quad S:"(\ \forall x\in\mathbb{R})\ : x^2+3x+1>0\ "$$

2. Écrire les propositions suivantes en utilisant les quantificateurs : ..... (1 pt)
   P : « pour tout réel x , il existe un unique entier relatif p tel que $p<x<p+1$ »
   Q : « il existe au moins un élément réel a tel que pour tout x de $\mathbb{R}^+$ on a : $a\leq x$ »

3. Donner la négation des propositions suivantes : ..... (1 pt)

$$N:(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ (x\neq 1\ \Rightarrow 6>x\geqslant 2) \quad \text{et} \quad M:(\forall y\in\mathbb{R})(\exists x\in\mathbb{R});\ (x\leqslant y\ \Leftrightarrow\ y=1)$$

4. Montrer que la proposition suivante est une loi logique : $(P\Rightarrow Q)\Leftrightarrow(\overline{P}ouQ)$ ..... (1 pt)

Exercice 2 :(3pts)

On considère les deux propositions suivantes :

$$P:(\exists x\in\mathbb{R});\ \sqrt{1+x^2}=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \quad et \quad Q:(\forall y\in\mathbb{R})(\exists x\in\mathbb{R});\ x^2+xy+1<0$$

1. Donner la négation des deux propositions P et Q . ..... (1 pt)
2. Montrer que P est vraie et Q est fausse ..... (1 pt)
3. Déduire la valeur de vérité de la proposition suivante : ..... (1 pt)

$$(\exists y\in\mathbb{R})(\forall x\in\mathbb{R});\ x^2+xy+1\geqslant 0\Rightarrow\ \sqrt{1+x^2}\neq\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

Exercice 3 :(4pts)

1. En utilisant le raisonnement par disjonction des cas, montrer que : $(\forall x\in\mathbb{R});\ \sqrt{x^2+1}-x>0$ ..... (1 pt)
2. En utilisant le raisonnement par récurrence , montrer que : $(\forall x\in\mathbb{N}^*);\ 1+2+3+...+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$ .... (1 pt)
3. En utilisant le raisonnement par contraposée Mq :$(\forall(x,y)\in\mathbb{R}^*);\ (x\neq y\ et\ xy\neq 1)\Rightarrow\frac{x}{x^2+1}\neq\frac{y}{y^2+1}$ .....(1 pt)
4. En utilisant les équivalences successives , montrer que : $(\forall x\in\mathbb{R}^{*+});\ \sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=5\Leftrightarrow|\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}|=1$ ....(1 pt)

Exercice 4 :(8pts)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(E_1):|x-2|+|x-1|>5$ ..... (2 pts)
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E_2):x^2+|x-2|+3=0$ ..... (2 pts)
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les deux équations $(E_3):2x^2+x-1=0$ et $(E_4):-x^2+3x-2=0.$ ..... (2 pts)
4. Déduire l'ensemble des solution de l'inéquation $(E_5):\frac{2x^2+x-1}{-x^2+3x-2}\leqslant 0$ ..... (2 pts)

Bon Courage ☺