Lycée qualifiant Mohamed VI Niveau : 1 BAC-SEG	DEVOIR SURVEILLE N° 2 Durée : 2h00min	Professeur : Bouyguir Taher Année scolaire : 2022/2023

Exercice 1 :(5pts)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$.

① Déterminer $\mathcal{D}_f$. ..... (1 pt)

② Étudier la parité de la fonction de f. ..... (1 pt)

③ Montrer que $0 < f(x) \leq 1$. ..... (1 pt)

④ Montrer que $\frac{f(a)-f(b)}{a-b}=\frac{-(a+b)}{(a^2+1)(b^2+1)}$, avec $(a,b \in \mathcal{D}_f \ et \ a \neq b)$. ..... (1 pt)

⑤ Déduire la monotonie de la fonction f sur chacun des intervalles $]-\infty;0]$ et $[0;+\infty[$. ..... (1 pt)

Exercice 2 :(8pts)

On considère les fonctions f et g définies par : $f(x)=\sqrt{x+4}$; $g(x)=x^2-4x+2$.

① Déterminer $\mathcal{D}_f$ et donner le tableau de variations de f. ..... (1 pt)

② Déterminer $\mathcal{D}_g$ et donner le tableau de variations de g. ..... (1 pt)

③ Vérifier que $f(0)=g(0)$. ..... (0.5 pt)

④ Construire dans le même repère orthonormé les courbes des deux fonctions f et g . ..... (1.5 pt)

⑤ Résoudre graphiquement $f(x) \leq g(x)$ et $x^2+2 < 4x+\sqrt{x+4}$. ..... (1 pt)

⑥ Déterminer graphiquement $f([-4;0])$ et $g([0;1])$. ..... (1 pt)

⑦ On pose $h(x)=x-4\sqrt{x+4}+6$.

(a) Déterminer $\mathcal{D}_h$ ..... (0.5 pt)

(b) Vérifier que $h(x)=gof(x)$. ..... (0.5 pt)

(c) Montrer que h est décroissante sur $[-4;0]$, et croissante sur $[0;+\infty[$. ..... (0.5 pt)

(d) Donner le tableau de variations de h, En Déduire que $x-4\sqrt{x+4} \geq -8$. ..... (0.5 pt)

Exercice 3 :(3.5pts)

On considère la fonction S définie par : $S(x)=\frac{x^2+2x+2}{x^2+3x+3}$.

① Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}) : x^2+3x+3>0$, et déduire $\mathcal{D}_S$. ..... (1 pt)

② Montrer que la fonction S est majorée par 2. ..... (1 pt)

③ Montrer que $S(0)$ est un minimum de la fonction S. ..... (1 pt)

④ Est ce que S est bornée? (Justifier). ..... (0.5 pt)

Exercice 4 :(3.5pts)

La suit (u_n) définie par : $u_n=\frac{2n+1}{n+2}$, $\forall n \in \mathbb{N}$

① calculer (u_1) et (u_2). ..... (0.5 pt)

② Montrez que (u_n) est croissante. ..... (1 pt)

③ Montrez que (u_n) est majorée par 2. ..... (1 pt)

④ Montrez que (u_n) est minorée par $\frac{1}{2}$. ..... (1 pt)

NB : La propreté de la feuille et la lisibilité de l'écriture seront prises en considération lors de la correction

Bon Courage ☺