www.proftaher.com	Devoir surveillé N°2	Prof : Taher Bouyguir Classe : 1Bac Sc.exp	Barème

N.B : les exercices sont indépendants.

Exercice ❶

Soit (w_n) une suite géométrique telle que $w_0 = 3$ $w_3 = 81$ — 01

1) Déterminer la raison de la suite (w_n) — 0.5

2) Exprimer w_n en fonction de n — 0.75

3) Montrer que $S = w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = 360.$

Exercice ❷

Soit (U_n) une suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \frac{4u_n - 1}{4u_n} \end{cases}$

1) Montrer que $(\forall n \in \boldsymbol{IN}); u_n > \frac{1}{2}$. — 02

2) Montrer que $U_{n+1} - U_n = \frac{-(2U_n - 1)^2}{4U_n}$ — 01

3) Etudier la monotonie de (U_n) puis déduire que $(\forall n \in \boldsymbol{IN}); u_n \leq 1$ — 01

4) Soit (v_n) une suite définie par $(\forall n \in \boldsymbol{IN}); v_n = \frac{3}{2u_n - 1}$

a) Montrer que (v_n) est arithmétique de raison $r = 3$, puis calculer v_0. — 02

b) Déterminer v_n en fonction de n puis déduire que $(\forall n \in \boldsymbol{IN}); u_n = \frac{1}{2}(\frac{n+2}{n+1})$. — 1.5

c) Calculer $S = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_{20}$ — 0.75

Exercice ❸

Soit (u_n) une suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \frac{u_n}{3 - 2u_n} \end{cases}$

1) Calculer u_1 et u_2 — 0.5

2) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N});\ 0 < u_n < 1$ — 02

3) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$; $u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n(u_n - 1)}{3 - 2u_n}$ — 1.5

4) Montrer que la suite (u_n) est décroissante. — 01

5) On considère la suite (v_n) définie par : $(\forall n \in \mathbb{N});\ v_n = \frac{u_n}{u_n - 1}$

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$, puis calculer son premier terme.

b) Exprimer v_n en fonction de n

c) Déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n = \frac{1}{1 + 3^n}$ — 02

6) On pose $(\forall n \in \mathbb{N}^*); S_n = v_0 + v_1 + \cdots\cdots + v_{n-1}$. Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*);\ S_n = \frac{-3}{2}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right)$ — 0.5 / 01 / 01

Bon courage