DS n^o 2 : Généralités sur les fonctions - Barycentre - Produit scalaire

Exercice 1 (7.5 Pts)

Soit f et g les fonctions définies par : $f(x) = x^2$ et $g(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$:

1. Dresser le tableau de variations de f et de g. ..... (2 pt)

   On donne $f(]1;+\infty[) =]1;+\infty[$; $f(]0;1[) =]0;1[$; $f(]-1;0[) =]0;1[$; $f(]-\infty;-1[) =]1;+\infty[$

   On pose $h(x) = gof(x)$

2. Montrer que $\mathcal{D}_h = \mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$ ..... (0.5 pt)
3. Déterminer la monotonie de g sur $f(]1;+\infty[)$ et sur $f(]0;1[)$. ..... (1 pt)
4. Déduire la monotonie de h sur $]1;+\infty[$ et sur $]0;1[$. ..... (1 pt)
5. Déterminer la monotonie de g sur $f(]-1;0[))$ et sur $f(]-\infty;-1[)$. ..... (1 pt)
6. Déduire la monotonie de h sur $]-1;0[$ et sur $]-\infty;-1[$. ..... (1 pt)
7. Dresser tableau de variations de h sur $\mathcal{D}_h$ ..... (1 pt)

Exercice 2 (12.5 Pts)

On considère les points : $A(0;2)$ et $B(4;0)$ et $C(3;3)$.

1. Calculer $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$, puis déduire la nature du triangle ABC. ..... (1 pt)
2. Déterminer les coordonnées du point Ω le milieu du segment $[AB]$, puis calculer ΩA ..... (1 pt)
3. Montrer que l'équation de cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre $[AB]$ est : $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ ..... (1 pt)
4. Vérifier que le point C appartient au cercle $(\mathcal{C})$. ..... (0.5 pt)
5. Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) tangente au cercle $(\mathcal{C})$ en C . ..... (1 pt)
6. Soit (Δ) la droite d'équation : $3x + y - 2 = 0$. Calculer la distance $d((\Delta),\Omega)$ puis déduire la position relative de $(\mathcal{C})$ avec (Δ). ..... (1.5 pt)
7. Déterminer les coordonnées des points d'intersections de $(\mathcal{C})$ avec (Δ). ..... (2 pts)
8. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (D) avec (Δ). ..... (1 pt)
9. Construire dans un repère orthonormé le cercle $(\mathcal{C})$, les deux droites (Δ) et (D). ..... (1.5 pts)
10. Coloré dans le figure l'aire qui est vérifier le système suivant : $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 2y \leq 0 \\ 3x + y - 2 \geq 0 \end{cases}$ ..... (1 pt)
11. Déterminer les coordonnées de G le barycentre des points A, B et C. ..... (1 pt)

Taher Bouyguir

Bon Courage