DS n^o 2 : Généralités sur les fonctions - Barycentre - Produit scalaire

Exercice 1 (7.5 Pts)

Soit f et g les fonctions définies par : $f(x) = x^2 - x$ et $g(x) = \sqrt{x}$:

1. Dresser le tableau de variations de f et de g. ..... (2 pt)
2. Étudier les variations de la fonction $h = fog$ sur $\left[0; \frac{1}{4}\right]$ et sur $\left[\frac{1}{4}; +\infty\right[$ ..... (2 pts)
3. On considère la fonction k définie par : $k(x) = gof(x)$.
   (a) Déterminer $\mathcal{D}_k$ l'ensemble de définition de k. ..... (1 pt)
   (b) Étudier les variations de la fonction k sur $]-\infty; 0]$ et sur $[1; +\infty[$ ..... (2 pt)
   (c) Calculer $k(x)$ pour tout x dans $\mathcal{D}_k$. ..... (0.5 pt)

Exercice 2 (12.5 Pts)

On considère les points : $A(-3; 5)$ et $B(-2; -2)$ et $\Omega(1; 2)$ et $D(1; 1)$

1. Donner l'équation cartésienne du cercle $(\mathcal{C})$ de centre Ω et passant par A. ..... (1 pt)
2. Vérifier que le point B appartient au cercle $(\mathcal{C})$. ..... (0.5 pt)
3. Montrer que $x + y - 2 = 0$ est une équation cartésienne de la droite (AD) ..... (1 pt)
4. Déterminer une équation cartésienne de la droite $(\mathcal{D})$ tangente au cercle $(\mathcal{C})$ en A . ..... (1 pt)
5. Soit (Δ) la droite d'équation : $3x + 4y + 14 = 0$.
   (a) Vérifier que (Δ) est tangente à $(\mathcal{C})$ en B. ..... (1 pt)
   (b) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de $(\mathcal{D})$ avec (Δ). ..... (1 pt)
6. Calculer $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DA}$ puis déduire la nature du triangle ABD. ..... (1 pt)
7. Calculer la distance $d((AD), \Omega)$ puis déduire la position relative de $(\mathcal{C})$ avec (AD). ..... (1 pt)
8. Déterminer les coordonnées des points d'intersections de $(\mathcal{C})$ avec (AD). ..... (2 pts)
9. Construire dans un repère orthonormé le cercle $(\mathcal{C})$, les deux droites (Δ) et (AD). ..... (1.5 pts)
10. Coloré dans le figure l'aire qui est vérifier le système suivant : $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 \leq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \end{cases}$ .... (1 pt)
11. Calculer la surface du triangle $A\Omega B$ ..... (0.5 pt)

Taher Bouyguir

Bon Courage