www.proftaher.com	Devoir surveillé N°2	Prof : Taher Bouyguir Classe : 1Bac Sc.exp 01	Barème

Exercice ❶

Soit (u_n) une suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \frac{4u_n - 1}{4u_n} \end{cases}$ 02

1) Montrer que $(\forall n \in \boldsymbol{IN}); u_n > \frac{1}{2}$. 01

2) Montrer que $u_{n+1} - u_n = \frac{-(2u_n-1)^2}{4u_n}$ 01

3) Déduire que (u_n) est décroissante et que $(\forall n \in \boldsymbol{IN}); u_n \leq 1$

4) Soit (v_n) une suite définie par $(\forall n \in \boldsymbol{IN}); v_n = \frac{3}{2u_n - 1}$ 1..5

a) Montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison $r = 3$, puis calculer v_0. 02

b) Déterminer v_n en fonction de n puis déduire $(\forall n \in \boldsymbol{IN}); u_n = \frac{1}{2}(\frac{n+2}{n+1})$. 01

c) Calculer $S = v_0 + v_1 + v_2 + \ldots + v_{20}$ 01

Exercice ❷

Soit (u_n) une suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = \frac{8u_n - 8}{u_n + 2} \end{cases}$

1) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}); 2 < \boldsymbol{u_n} < 4$ $(c-à-d : Montrer \text{ que } (\forall n \in \mathbb{N});\ u_n < 4 \ et\ u_n > 2)$ 02

2) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n-2)(4-u_n)}{u_n+2}$ 1.5

3) Montrer que la suite (u_n) est croissante. 01

4) On considère la suite (v_n) définie par : $(\forall n \in \mathbb{N});\ v_n = \frac{u_n - 4}{u_n - 2}$

a) calculer v_0 et Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{2}{3}$.

b) Exprimer v_n en fonction de n 1. 5

c) Déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n = \frac{2\times\left(\frac{2}{3}\right)^n + 4}{\left(\frac{2}{3}\right)^n + 1}$ 0.5

5) On pose $(\forall n \in \mathbb{N}^*); S_n = v_0 + v_1 + \cdots\cdots + v_{n-1}$. Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*);\ S_n = -3\left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right)$ 01

6) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} < 2(u_n - 1)$

7) Déduire que $(\forall n \in \mathbb{N}); u_n < 2^{n+1}$ 01

« La vie n'est bonne qu'à étudier et à enseigner les mathématiques »

« En mathématiques, on ne comprend pas les choses, on s'y habitue »

01

01