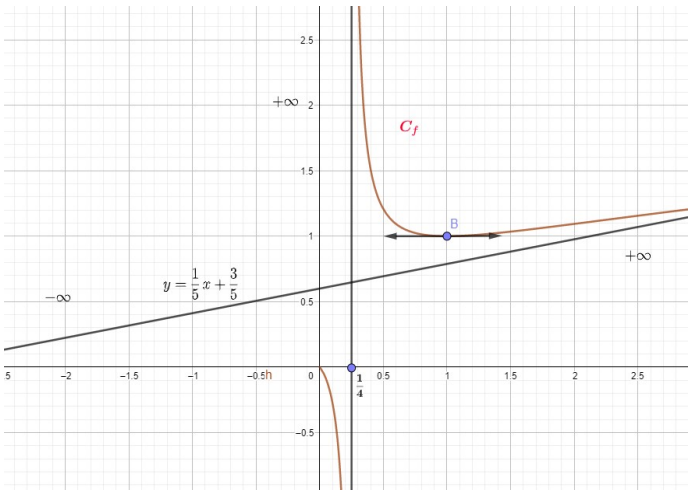
Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 2 BAC-SEC	DEVOIR SURVEILLÉ N° 2 Durée : 2h00min	Professeur : Bouyguir Taher Année scolaire : 2025/2026

Exercice 1 : (6pts : 1+2+1+1+1)

Le graphe suivant représente la fonction f définie sur $\mathcal{D}$.



① Déterminer l'ensemble $\mathcal{D}$.

② Déterminer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{4}^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to\frac{1}{4}^-} f(x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x)-(\dfrac{1}{5}x+\dfrac{3}{5}))$.

③ Résoudre dans $\mathcal{D}$ les inéquations : $f(x)\geq 0$ et $f'(x)$

④ Résoudre dans $\mathcal{D}$ l'équation : $f(x)=1$.

⑤ Résoudre dans $\mathcal{D}$ l'inéquation : $f(x)\leq \frac{1}{5}x+\frac{3}{5}$

Exercice 2 : (14pts : 1Pt/Question)

Partie 1 : Etude d'une fonction polynome.

Soit g est la fonction numérique définie sur $\mathcal{D}_g$ par : $g(x)=x^3-3x-3$.

① Déterminer $\mathcal{D}_g$.

② Étudiez la monotonie de la fonction g et dressez son tableau de variations.

③ *a* - Montrez que $g(x)=0$ admet une unique solution α dans $]2;3[$.
b - Déduisez le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

④ *a* - Calculez $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$, et Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{g(x)}{x}=+\infty$.
b - Déduisez la branche infinie de $\mathcal{C}_g$ au voisinage de $+\infty$.

⑤ *a* - Calculez $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$, et Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{g(x)}{x}=+\infty$.
b - Déduisez la branche infinie de $\mathcal{C}_g$ au voisinage de $-\infty$.

⑥ *a* - Calculer f'' et montrez que $I(0;-3)$ est un point d'inflexion de $(\mathscr{C}_g)$.
b - Déterminer la tangente de $(\mathscr{C}_g)$ en I.

⑦ Tracer $(\mathscr{C}_g)$ dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

Partie 2 : Etude d'une fonction rationnelle.

Soit f est la fonction numérique définie sur $\mathcal{D}_f$ par : $f(x)=x+\frac{3}{x}+\frac{3}{2x^2}$.

① Déterminer $\mathcal{D}_f$.

② Calculez les limites de f aux bornes de $\mathcal{D}_f$ et $\lim_{x\to-\infty}(f(x)-x)$.

③ Déterminer les toutes branches infinies de $(\mathscr{C}_f)$.

④ *a* - Montrez que $\forall x\in\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$.
b - Étudiez le signe de $f'(x)$ et déduisez-en le tableau de variations de f.

⑤ Étudiez la position relative de $(\mathscr{C}_f)$ avec la droite $(\triangle)$ d'équation $y=x$.

⑥ *a* -Montrez que $\forall x\in\mathbb{R}^*$: $f''(x)=\frac{3(2x+3)}{x^4}$.
b - Étudiez la convexité de $(\mathscr{C}_f)$.

⑦ Tracer $(\mathscr{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$. (On donne $\alpha\simeq 2.1$ et $f(\alpha)\simeq 3.8$).

Bon Courage ☺