Devoir surveillé n^o 2 : Projection - Ensembes des nombres - Ordre dans $\mathbb{R}$

Exercice 1 (8 Pts)

1. Recopier puis complétez en utilisant l'un des symboles : $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$ ..... (1 pt)

a) $-12 \ldots \mathbb{N}$ b) $\frac{-9}{3} \ldots \mathbb{Z}$ c) $\sqrt{4} \ldots \mathbb{Q}$ d) $\mathbb{R} \ldots \mathbb{R}^*$

2. Nous considérons les nombres $a = 0.004$ et $b = -0.00002$.
   (a) Déterminez l'écriture scientifique des nombres a, b , a^3 , b^2 ..... (2 pts)
   (b) Simplifiez et calculez le nombre $N = \dfrac{a^3(b^2)^2b^{-3}}{(a^2b)^2}$ ..... (1 pt)
3. Calculer puis simplifier : $A = (-3x+2)(x-1) - 3(x-2)(x^2+x+1)$ ..... (1 pt)
4. Factoriser puis simplifier : $B = (x-2)(x-3) + x^3 - 8$ ..... (1 pt)
5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équations : $|x-3| = 4$ ..... (1 pt)
6. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $|2x+3| \geq 7$ ..... (1 pt)

Exercice 2 (9 Pts)

1. Soient x et y deux nombres réels tels que $|x-2| \leq 1$ et $|y+3| \leq 2$
   (a) Vérifier que : $1 \leqslant x \leqslant 3$ et $-5 \leqslant y \leqslant -1$ ..... (1 pt)
   (b) Encadrer : $x+y$, $x-y$, x^2 , y^2, $\dfrac{1}{y}$ et $\dfrac{x}{y}$ ..... (3 pts)
   (c) Montrer que : $\dfrac{1}{13} \leq \dfrac{1}{x^2-2x+6} \leq 1$ ..... (1 pt)
   (d) En déduire que la valeur $\dfrac{1}{2}$ est une approximation du nombre $\dfrac{1}{x^2-2x+6}$ à la précision $\dfrac{1}{2}$. (1 pt)
2. On considère les intervalles : $I =]-\infty;-3]$, $J = [-4;+\infty[$ et $K = [-1;7]$
   (a) Déterminer : $I \cap J$, $K \cap J$, $I \cap K$ et $I \cup J$. ..... (2 pts)
   (b) Déterminer l'amplitude et le rayon et le centre de l'intervalle K ..... (1 pt)

Exercice 3 (3 Pts)

Soit ABC un triangle, I et J deux points du plan tels que : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$. J est le projeté du point I sur (BC) parallèlement à (AC), et Q est le projeté du point J sur AC parallèlement à (AB).

1. Faire une figure soignée ..... (1 pt)
2. Montrer que $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$ ..... (1 pt)
3. Montrer que $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{QC}$ ..... (1 pt)