Devoir surveillé n^o 2 : Projection - Ensembes des nombres - Ordre dans $\mathbb{R}$

Exercice 1 (8 Pts)

1. Recopier puis complétez en utilisant l'un des symboles : $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$ ..... (1 pt)

a) $-12 \ldots \mathbb{Z}$ b) $\frac{12}{3} \ldots \mathbb{N}$ c) $\sqrt{5} \ldots \mathbb{Q}$ d) $\mathbb{R}^* \ldots \mathbb{R}$

2. Nous considérons les nombres $a = 0.0002$ et $b = -0.002$.

   (a) Déterminez l'écriture scientifique des nombres a, b , a^3 , b^2 ..... (2 pts)

   (b) Simplifiez et calculez le nombre $N = \dfrac{a^3(b^2)^2b^{-3}}{(a^2b)^2}$ ..... (1 pt)

3. Calculer puis simplifier : $A = (-4x+1)(x-2) - 2(x-3)(x^2+x+2)$ ..... (1 pt)

4. Factoriser puis simplifier : $B = (x-2)(x+1) + x^3 - 8$ ..... (1 pt)

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équations : $|x-2| = 5$ ..... (1 pt)

6. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $|2x+1| \geq 9$ ..... (1 pt)

Exercice 2 (9 Pts)

1. Soient x et y deux nombres réels tels que $|a-2| \leq 1$ et $|b+4| \leq 3$

   (a) Vérifier que : $1 \leqslant a \leqslant 3$ et $-7 \leqslant b \leqslant -1$ ..... (1 pt)

   (b) Encadrer : $a+b$, $a-b$, a^2 , b^2, $\frac{1}{b}$ et $\frac{a}{b}$ ..... (3 pts)

   (c) Montrer que : $\dfrac{1}{13} \leq \dfrac{1}{a^2-2a+6} \leq 1$ ..... (1 pt)

   (d) En déduire que la valeur $\frac{1}{2}$ est une approximation du nombre $\dfrac{1}{a^2-2a+6}$ à la précision $\frac{1}{2}$. (1 pt)

2. On considère les intervalles : $I =]-\infty;-2]$, $J = [-3;+\infty[$ et $K = [-1;5]$

   (a) Déterminer : $I \cap J$, $K \cap J$, $I \cap K$ et $I \cup J$. ..... (2 pts)

   (b) Déterminer l'amplitude et le rayon et le centre de l'intervalle K ..... (1 pt)

Exercice 3 (3 Pts)

Soit ABC un triangle, H et J deux points du plan tels que : $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$. J est le projeté du point H sur (BC) parallèlement à (AC), et N est le projeté du point J sur AC parallèlement à (AB).

1. Faire une figure soignée ..... (1 pt)
2. Montrer que $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CB}$ ..... (1 pt)
3. Montrer que $\overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{NC}$ ..... (1 pt)