Devoir Surveillé n^o 3 - S2 : Géométrie dans l'espace - Probabilités | 2h00

Exercice 1 (7 Pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère les points $A(1;0;-1)$; $B(1;1;1)$ et $C(2;1;0)$

1. (a) Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = -\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$. ..... (1 pt)

   (b) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC) ..... (1 pt)

2. Soit (S) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tels que : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 11 = 0$.

   Montrer que (S) est la sphère de centre C et de rayon 4 ..... (1 pt)

3. Vérifier que : $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases} / t \in \mathbb{R}$ est une représentation paramétrique de la droite (AB). .... (1 pt)

4. Calculer la distance entre le point C et la droite (AB). En déduire la position relative de la sphère (S) et la droite (AB) ..... (1 pt)

5. Déterminer les coordonnées des deux points d'intersections de la sphère (S) et la droite (AB) (2 pt)

Exercice 2 (6.5 Pts)

Une usine produit des lampes électriques par 3 machines A , B et C . La machine A produit 20% du stock dont 5% sont défectueuses , La machine B produit 30% du stock dont 4% sont défectueuses , et La machine C produit 50% du stock dont 1% sont défectueuses.

On choisit au hasard une lampe. On considère les événements suivants :

A : "La lampe est fabriquée à la machine A" B : "La lampe est fabriquée à la machine B"

C : "La lampe est fabriquée à la machine C" D : "La lampe est défectueuse"

1. Créer l'arbre de probabilités. ..... (1 pt)
2. Extraire les probabilités : $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$ ..... (1.5 pts)
3. Quelle est la probabilité que la lampe choisie :

   (a) Soit défectueuse et fabriquée par la machine A ..... (1 pt)

   (b) Soit défectueuse et fabriquée par la machine B ..... (1 pt)

   (c) Soit défectueuse et fabriquée par la machine C ..... (1 pt)

4. En déduire la probabilité que la lampe choisie soit fabriquée par la machine A, sachant qu'elle est défectueuse. ..... (1 pt)

Exercice 2 (6.5 Pts)

Une urne contient 8 boules indiscernable au touche, 3 boules rouges portant les numéros : 1 , 1,0 et 3 boules noires portant les numéros : 2,1,0 et deux boules blanches numérotés : 0 ,1.

On tire simultanément 3 boules de l'urne.

1. Soit A l'événement : " Obtenir une boule de chaque couleur "

   et B l'événement : " Les boules tirées portants même numéro "

   (a) Montrer que : $P(A) = \frac{18}{56}$ et $P(B) = \frac{5}{56}$ et $P(A \cap B) = \frac{3}{56}$ ..... (1.5 pts)

   (b) Est ce que les deux événements A et B sont indépendants ?..... (0.5 pt)

2. Soit X la variable aléatoire égale a le nombre des boules tirées portants le numéro 1.

   (a) Déterminer les valeurs prises par X..... (0.5 pt)

   (b) Montrer que $P(X = 0) = \frac{4}{56}$ et $P(X = 3) = \frac{4}{56}$ ..... (1 pt)

   (c) Déterminer la loi de X. ..... (1 pt)

   (d) Calculer $E(X)$; $V(X)$ et $\sigma(X)$ ..... (1.5 pts)

3. On répète cette expérience 4 fois successive. Calculer la probabilité que A se réalise 3 fois exactement. (0.5 pt)

Taher Bouyguir