Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 2 BAC-SEC	DEVOIR SURVEILLÉ N° 3 Durée : 2h00min	Professeur : Bouyguir Taher Année scolaire : 2025/2026

Exercice 1 :(9pts)

Soit (u_n) est la suite numérique définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{-9}{u_n+6} \end{cases} ; \forall n \in \mathbb{N}$$

1. Démontrer par récurrence que : $u_n > -3$, $\forall n \in \mathbb{N}$ ..... (1 pt)
2. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{-(u_n+3)^2}{u_n+6}$ ..... (1 pt)
3. Étudiez la monotonie de (u_n) ..... (1 pt)
4. (u_n) est elle convergente? (Justifier) ..... (1 pt)
5. On considère la suite numérique(v_n) définie par : $v_n = \frac{1}{u_n+3}$; $\forall n \in \mathbb{N}$
   (a) Montrer que : $v_{n+1} = \frac{6+u_n}{3(u_n+3)}$; $\forall n \in \mathbb{N}$ ..... (1 pt)
   (b) Montrez que (v_n) est une suite arithmétique de raison $r = 1/3$ ..... (1 pt)
   (c) Calculer v_0, puis écrivez v_n en fonction de n. ..... (1 pt)
   (d) Déduire que : $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_n = \frac{-3n}{n+1}$ et calculer $\lim u_n$ ..... (1 pt)
   (e) Calculer la somme : $S_{10} = v_0 + v_1 + \cdots v_{10}$ ..... (1 pt)

Exercice 2 :(7pts)

Soit (u_n) est la suite numérique définie par :

$$\forall n \in \mathbb{N} : \begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{3u_n + 4} \end{cases}$$

On considère la fonction numérique définie sur l'intervalle $I = [0;4]$ par : $f(x) = \sqrt{3x+4}$

1. Montrez que f est croissante sur I ..... (1 pt)
2. Déterminer $f(I)$ ..... (1 pt)
3. Résoudre l'équation $f(x) = x$ sur I ..... (1 pt)
4. Montrez que $\forall x \in I$; $f(x) \geq x$ ..... (1 pt)
5. Démontrez par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N} : 0 \leqslant u_n \leqslant 4$. ..... (1 pt)
6. Montrez que (u_n) est croissante et en déduire qu'elle est convergente. ..... (1 pt)
7. Déduire : $\lim u_n$ ..... (1 pt)

Exercice 3 :(4pts)

1. Soit f est la fonction définie par : $f(x) = 3x^2 - x + 4$.
   (a) Déterminer la primitive F de f vérifiant : $F(1) = \frac{5}{2}$ ..... (2 pt)
2. Déterminer la primitive de la fonction $g(x) = (x+3)(x^2+6x-9)^4$ ..... (2 pt)

Bon Courage ☺