Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 2 BAC-SPC	DEVOIR SURVEILLÉ N° 3 Durée : 2h00min	Professeur : Bouyguir Taher Année scolaire : 2025/2026

Exercice 1 :(6pts)

Cochez la case correspondant à la bonne réponse.

1 : L'ensemble de définition de $f(x)=\ln(x-1)$ est : ☐ A) $]1;+\infty[$ ☐ B) $\mathbb{R}$ ☐ C) $\mathbb{R}-\{1\}$

2 : L'ensemble de définition de $f(x)=\ln(\frac{3-x}{x+2})$ est : ☐ A) $\mathbb{R}-\{-2\}$ ☐ B) $]-2;+\infty[$ ☐ C) $]-2;3[$

3 : La solution de l'équation $\ln(2x-3)=\ln(4x-1)$ est : ☐ A) $S=\{1\}$ ☐ B) $S=\{-1\}$ ☐ C) $S=\varnothing$

4 : Les solutions de l'équation $\ln^2(x)-4\ln(x)+3=0$ est : ☐ A) $S=\{-1;3\}$ ☐ B) $S=\{1;3\}$ ☐ C) $S=\{e;e^3\}$

5 : Le nombre $A=\log_2(64)-\log_3(81)+\log_5(125)=$ égale a : ☐ A) -4 ☐ B) -1 ☐ C) 5

6 : La limite $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln(1+\frac{1}{x})$ égale a : ☐ A) $+\infty$ ☐ B) 1 ☐ C) 0

Exercice 2 :(14Pts)

Partie I

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x)=x-2ln(x)$

1. Calculer les limites : $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. ..... (1 pt)
2. Montrer que $g'(x)=\frac{x-2}{x}$ puis dressez tableau de variations de g ..... (1 pt)
3. Déduire que $(\forall x\in]0;+\infty[)$, $g(x)>0$ ..... (1 pt)

Partie II

Soit la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=x-(ln(x))^2$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ puis interpréter le résultat géométriquement ..... (1 pt)
2. Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(ln(x))^2}{x}=0$ puis déduire que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ..... (1 pt)
3. Montrez que$(\mathcal{C}_f)$admet une branche parabolique de direction la droite $(D:y=x$ au voisinage de $+\infty$ (1 pt)
4. Étudier la position relative de $(\mathcal{C}_f)$ avec la droite (D) d'équation $y=x$ ..... (1 pt)
5. Montrer que : $(\forall x\in]0;+\infty[)$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$ ..... (1 pt)
6. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]0;+\infty[$ ..... (1 pt)
7. Montrer que : $(\forall x\in]0;+\infty[)$: $f''(x)=\frac{2ln(x)-2}{x^2}$ ..... (1 pt)
8. Étudier la convexité de f en déterminons le point d'inflexion de $(\mathcal{C}_f)$ ..... (1 pt)
9. Construire (D) et $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. (On prend : $e\simeq 2.7$ et $f(e)\simeq 1.7$) ..... (1 pt)

Partie III

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0=2$ et $u_{n+1}=f(u_n)$, $(\forall n\in\mathbb{N})$

1. Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N})$, $1\le u_n\le 2$ ..... (1 pt)
2. Montrer que (u_n) est décroissante. ..... (1 pt)
3. Déduire que (u_n) est convergente , puis calculez $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$ ..... (1pt)