# Devoir Surveillé $n^o$ 3 : Droite dans le plan - Les polynômes

## Exercice 1 (13.5 Pts)

Le plan est rapporté à un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

On considère les points $A(1;2)$, $B(3;1)$, $C(1;1)$, $D(-3;4)$ .

1. Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ , $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$ ..... (1.5 pts)
2. Calculer les distances $AB$ , $AC$ et $BC$ ..... (1.5 pts)
3. En déduire la nature du triangle $ABC$ ..... (1 pt)
4. Montrer que l'équation cartésienne de la droite $(AB)$ est : $x+2y-5=0$ ..... (1 pt)
5. Vérifier que $D \in (AB)$..... (0.5 pt)
6. Déterminer les coordonnées du point $I$ le milieu du segment $[AD]$ ..... (0.5 pt)
7. Déterminer l'équation cartésienne de la droite $(D)$ passant par $I$ et de vecteur directeur $\vec{u}(-1;-2)$. (1 pt)
8. Soit $(\Delta)$ la droite définie par la représentation paramétrique suivante : $\begin{cases} x = -1+t \\ y = -3+2t \end{cases} /(t \in \mathbb{R})$
   (a) Est ce que le point $C$ appartiennent à $(\Delta)$ ? Justifier. ..... (0.5 pt)
   (b) Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur $\vec{v}$ de la droite $(\Delta)$ ..... (0.5 pt)
   (c) Calculer : $\det(\vec{u},\vec{v})$ , que peut-on déduire sur les deux droites $(D)$ et $(\Delta)$..... (1 pt)
9. Soit $(D')$ la droite d'équation cartésienne $x+y+1=0$.
   (a) Montrer que $(\Delta)$ et $(D')$ sont sécantes en un point $E$. ..... (1 pt)
   (b) Déterminer les coordonnées du point $E$ ..... (1 pt)
10. Déterminer les coordonnées du point $F$ tel que le quadrilatère $ABFC$ soit un parallélogramme. (1 pt)
11. Tracer dans le repère la droite $(D')$ puis résoudre graphiquement : $x+y+1 \geq 0$ ..... (1.5 pts)

## Exercice 2 (6.5 Pts)

I)- Soit le polynôme $P(x) = x^3 + (m-1)x^2 + x + 6$.

1. Déterminer la valeur de $m$ pour que 2 soit une racine de $P(x)$. ..... (1 pt)
2. Dans la suite, on suppose que $m = -3$ donc : $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$
   (a) En déduire qu'il existe un polynôme $Q(x)$ (à déterminer) tel que $P(x) = (x-2)Q(x)$. .... (1.5 pt)
   (b) Vérifier que 3 est une racine de $Q(x)$. ..... (0.5 pt)
   (c) Factoriser le polynôme $Q(x)$. ..... (1 pt)
   (d) Donner une factorisation de $P(x)$ en produit de trois binômes. ..... (1 pt)

II)-On pose : $A(x) = 2x^4 - x^2 - x - 2$. déterminer $B(x)$ tel que : $A(x) = (x+1)B(x)$ ..... (1.5 pts)