Lycée qualifiant Mohamed VI Niveau : TCSF	Devoir Surveillé N° $3(B)$ Durée : 2h00min	Professeur : Bouyguir Taher Année scolaire : 2021/2022

Polynôme - Équations - Inéquations et Systèmes

NB : La propreté de la feuille et la lisibilité de l'écriture seront prises en considération lors de la correction

Exercice 1 : $(8pts : 1+1+2+1+1+1+2)$

On considère le polynôme :

$$P(x) = 3x^3 - 4x^2 - 13x + 14$$

① Quel est le degré du polynôme $P(x)$.

② Est-ce que $P(x)$ est divisible par $(x-1)$? (justifier votre réponse)

③ Déterminer Par deux méthodes différentes le polynôme $Q(x)$ tel que $P(x) = (x-1)Q(x)$.

④ Monter que (-2) est une racine de $Q(x)$.

⑤ Faire la division euclidienne de $Q(x)$ par $(x+2)$.

⑥ Factoriser $Q(x)$ et déduire une factorisation de $P(x)$.

⑦ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation et l'inéquation suivantes : $P(x) = 0$; $P(x) \leq 0$

Exercice 2 : $(10pts : 2+1+1+1+1+1+2)$

① Résoudre dans $\mathbb{R}$ les deux équations $(E_1) : 2x^2 - 2x - 4 = 0$ et $(E_2) : x^2 - 6x + 5 = 0$

② En deduire une factorisation de : $E_1(x) = 2x^2 - 2x - 4$ et $E_2(x) = x^2 - 6x + 5$

③ Dressez dans le même tableau les variations du signe de E_1 et E_2.

④ Déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $(E_3) : \frac{2x^2-2x-4}{x^2-6x+5} \leqslant 0$

⑤ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E_4) : x^3 - 6x^2 + 5x = 0$ (*Indication* : utilisez la question 1.)

⑥ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E_5) : x^2 + 2 = |2x+3|$

⑦ Résoudre dans $\mathbb{R}$ les système suivantes :

$$S_1 : \begin{cases} 2x - y = 8 \\ 3x + y = 7 \end{cases} \quad ; \quad S_2 : \begin{cases} 2x - 4y = 1 \\ 3x + 5y = 14 \end{cases}$$

Exercice 3 : $(2pts : 1+1)$

① Déterminer un polynôme de seconde degré $P(x)$ tel que pour tout reel x on a : $P(x+1) - P(x) = x$
(*Indication* : On pose $P(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$)

② En déduire la valeur de la somme : $S = 1 + 2 + 3 + 4 + ... + n$ où n est un entier naturel $(n \in \mathbb{N})$.

Question facultative : $(+1pt)$

Un père a 25 ans de plus que son fils et le produit de leurs âges est de 116.

① Calcule l'âges du père et du fils.

Bon Courage ☺