Lycée qualifiant Mohamed VI Niveau : TCSF	Devoir Surveillé N° 6 Durée : 2h00min	Professeur : Bouyguir Taher Année scolaire : 2021/2022

Exercice 1 :(9pts)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{2x-2}{x-2}$ et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f 1pt
2. Montrer que pour tout $x\in\mathcal{D}_f$: $f(x)=2+\dfrac{2}{x-2}$ 1pt
3. Dresser le tableau de variations de f 1pt
4. Déterminer la nature de $(\mathcal{C}_f)$ et ses éléments caractéristiques 1pt
5. Calculer $f(0)$, $f(3)$, puis construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$ 1pt
6. Soit g la fonction définie par : $g(x)=\dfrac{2|x|-2}{|x|-2}$
   (a) Déterminer l'ensemble de définition de f 1pt
   (b) Étudier la parité de g 0.5pt
   (c) En déduire le tableau de variations de $g(x)$. 1pt
   (d) Construire la courbe $(\mathcal{C}_g)$ dans le même repère orthonormé. 0.5pt
7. Soient h et s les fonctions définies par : $h(x)=\dfrac{1}{\sqrt{g(x)}}$ et $S(x)=cos^2(x)$
   (a) Déterminer l'ensemble de définition de h . 0.5pt
   (b) Montrer de la fonction S est périodique de période $T=\pi$ 0.5pt

Exercice 2 :(6pts)

Soit $ABCD$ un trapèze dont les bases $[AB]$ et $[CD]$ ont pour milieux respectifs I et J et telles que $AB=4$ et $CD=6$. On note O le point d'intersection des droites (AD) et (BC).
On note h l'homothétie de centre O qui transforme A en D.

1. En utilisant le théorème de Thalès montrer que $\dfrac{OA}{OD}=\dfrac{AB}{DC}$ 1pt
2. Montrer que le rapport de h est $\dfrac{3}{2}$ 1pt
3. Montrer que $h(B)=C$ 1pt
4. Montrer que $h(I)=J$. En déduire que les points O, J et I sont alignés. 1pt
5. Soit K est le point d'intersection des diagonales $[AC]$ et $[BD]$. On considère l'homothétie h' de centre K qui transforme A en C.
   (a) Montrer que le rapport de h' est $\dfrac{3}{2}$. 1pt
   (b) Montrer que les points O, I, K et J sont alignés. 1pt

Exercice 3 :$(5pts)$

Soit ABC un triangle isocèle et rectangle en B tel que : $AB = \sqrt{2}$
Soit D un point du plan en dehors du triangle ABC tel que le triangle ABD est équilatérale.

1. Calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD}$ 1pt
2. Calculer $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}$ 1pt
3. Calculer la distance CD 1pt
4. Montrer que $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 1 - \sqrt{3}$ 1pt
5. Vérifier que $\overline{DAC} = \frac{7\pi}{12}$, puis en déduire que $cos(\frac{7\pi}{12}) = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ 1pt

Bon Courage ☺