DEVOIR SURVEILLÉ – CHAPITRE 8 | SUJET

1ère Spé Maths

Applications de la dérivation

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Date : ..... **Nom :** _____ **Durée :** 40 min **Note :** ..... / 10

Justifier chaque réponse. La calculatrice est autorisée.

Capacités évaluées

- Étudier la parité d'une fonction.
- Étudier des variations, déterminer des extremums, la position d'une courbe et d'une tangente.
- Résoudre un problème d'optimisation.

Exercice 1 : Parité (2 points)

Étudier la parité des fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 4x$ et $g(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2+3}$.

Exercice 2 : Étude d'une fonction (5 points)

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ sur $[-2\,;3]$.

1. Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.
2. Dresser le tableau de variation de f sur $[-2\,;3]$.
3. Déterminer le maximum et le minimum de f sur $[-2\,;3]$.
4. Déterminer la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 1. Vérifier que $f(x) - (-3x+5) = (x-1)^3$, puis étudier la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport à T.

Exercice 3 : Optimisation (3 points)

On fabrique une boîte sans couvercle, à base carrée de côté x cm ($x > 0$) et de hauteur h cm, de volume 32 cm^3.

1. Exprimer h en fonction de x, puis montrer que la surface de carton utilisée est $S(x) = x^2 + \dfrac{128}{x}$.
2. Calculer $S'(x)$ et montrer que $S'(x) = \dfrac{2(x^3-64)}{x^2}$.
3. En déduire les dimensions de la boîte qui utilise le moins de carton.