PRÉPARATION AU DST – CHAPITRE 4 | SUJET

1ère Spé Maths

Dérivation : préparation au DST

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Capacités évaluées

- Déterminer l'ensemble de dérivabilité d'une fonction et calculer sa fonction dérivée.
- Calculer un taux de variation entre a et $a+h$ et en déduire le nombre dérivé $f'(a)$.
- Dériver un quotient et montrer qu'une dérivée a une forme donnée.
- Déterminer l'équation réduite d'une tangente ; chercher une tangente parallèle.
- Étudier le signe de $f(x)-(ax+b)$ et en déduire la position relative de $\mathcal{C}_f$ et d'une droite.

Format du DST : 30 min, noté sur 10, toujours le même schéma : **Exercice 1** dérivées (3,5 pts) – **Exercice 2** taux de variation (1,5 pt) – **Exercice 3** étude d'une fonction rationnelle (5 pts).
Ce document contient **le sujet 2025** de ton professeur, puis **3 DST types** sur le même modèle.

Méthode : les réflexes du DST

1. **Ensemble de dérivabilité :** polynôme $\to \mathbb{R}$; $\frac{1}{x} \to \mathbb{R}^*$; $\sqrt{x} \to]0;+\infty[$ (et **pas** $[0;+\infty[$) ; quotient $\to$ on retire les valeurs qui annulent le dénominateur.
2. $(ax+b)^n$: $\big(g(ax+b)\big)' = a\,g'(ax+b)$, par exemple $\big((5-2x)^4\big)' = -2\times 4(5-2x)^3$.
3. $u(x)\sqrt{x}$: formule du produit, puis tout sur $2\sqrt{x}$: $\sqrt{x}\times u'(x) = \dfrac{2x\,u'(x)}{2\sqrt{x}}$.
4. **Taux de variation :** calculer $f(a)$, développer $f(a+h)$, simplifier $\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ par h, puis faire tendre h vers 0.
5. **Tangente :** $y = f'(a)(x-a)+f(a)$. **Tangente parallèle :** même coefficient directeur, on résout $f'(x) = f'(a)$.
6. **Position relative :** signe de $f(x)-(ax+b)$; positif $\Rightarrow \mathcal{C}_f$ **au-dessus**, négatif $\Rightarrow$ **en dessous**.

DEVOIR SURVEILLÉ – CHAPITRE 4 | SUJET

1ère Spé Maths

Dérivation – Sujet 2025

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Date : ..... **Nom :** _____ **Durée :** 30 min **Note :** ..... / 10

Justifier chaque réponse. La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 : Dérivées (3,5 points)

Dans chacun des cas suivants, déterminer l'ensemble de dérivabilité de la fonction puis donner sa fonction dérivée :

1. $f(x) = 5x^4 + 7x^3 + x^2 - x + 1$
2. $h(x) = (5 - 2x)^4$
3. $g(x) = \dfrac{4}{x} - \dfrac{5x^2}{2}$
4. $k(x) = \sqrt{x}\,(x^2 - 1)$

Exercice 2 : Taux de variation (1,5 point)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x + 5$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

Déterminer le taux de variation de f entre -1 et $-1 + h$ puis en déduire le nombre dérivé de f en -1.

Exercice 3 : Étude d'une fonction rationnelle (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 4}{x + 1}$ et soit $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. Donner l'ensemble de dérivabilité de f puis montrer que $f'(x) = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{(x+1)^2}$.
2. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A d'abscisse 0.
3. Existe-t-il un autre point de $\mathcal{C}_f$ en lequel la tangente est parallèle à T ? Si oui, préciser ses coordonnées.
4. Étudier le signe de $f(x) - (2x - 4)$. Interpréter graphiquement le résultat.

DEVOIR SURVEILLÉ – CHAPITRE 4 | SUJET

1ère Spé Maths

Dérivation – DST type n° 1

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Date : ..... **Nom :** _____ **Durée :** 30 min **Note :** ..... / 10

Justifier chaque réponse. La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 : Dérivées (3,5 points)

Dans chacun des cas suivants, déterminer l'ensemble de dérivabilité de la fonction puis donner sa fonction dérivée :

1. $f(x) = -3x^5 + 2x^3 - 6x + 4$
2. $h(x) = (3x+1)^3$
3. $g(x) = \dfrac{3}{x} + \dfrac{x^3}{3}$
4. $k(x) = (2x+3)\sqrt{x}$

Exercice 2 : Taux de variation (1,5 point)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + x - 3$.
Déterminer le taux de variation de f entre 2 et $2+h$ puis en déduire le nombre dérivé de f en 2.

Exercice 3 : Étude d'une fonction rationnelle (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2+x+4}{x-1}$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Donner l'ensemble de dérivabilité de f puis montrer que $f'(x) = \dfrac{x^2-2x-5}{(x-1)^2}$.
2. Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point A d'abscisse 0.
3. Existe-t-il un autre point de $\mathcal{C}_f$ en lequel la tangente est parallèle à T ? Si oui, préciser ses coordonnées.
4. Étudier le signe de $f(x) - (-5x-4)$. Interpréter graphiquement le résultat.

DEVOIR SURVEILLÉ – CHAPITRE 4 | SUJET

1ère Spé Maths

Dérivation – DST type n° 2

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Date : ..... **Nom :** _____ **Durée :** 30 min **Note :** ..... / 10

Justifier chaque réponse. La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 : Dérivées (3,5 points)

Dans chacun des cas suivants, déterminer l'ensemble de dérivabilité de la fonction puis donner sa fonction dérivée :

1. $f(x) = 2x^6 - 4x^3 + 3x - 7$
2. $h(x) = (1 - 4x)^5$
3. $g(x) = -\dfrac{2}{x} + 3\sqrt{x}$
4. $k(x) = (x^3 + 2)\sqrt{x}$

Exercice 2 : Taux de variation (1,5 point)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 4x - 1$.
Déterminer le taux de variation de f entre 3 et $3 + h$ puis en déduire le nombre dérivé de f en 3.

Exercice 3 : Étude d'une fonction rationnelle (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x + 3}{x + 1}$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Donner l'ensemble de dérivabilité de f puis montrer que $f'(x) = \dfrac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}$.
2. Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point A d'abscisse 0. Que remarque-t-on ?
3. Existe-t-il un autre point de $\mathcal{C}_f$ en lequel la tangente est parallèle à T ? Si oui, préciser ses coordonnées.
4. Étudier le signe de $f(x) - 3$. Interpréter graphiquement le résultat.

DEVOIR SURVEILLÉ – CHAPITRE 4 | SUJET

1ère Spé Maths

Dérivation – DST type n° 3

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Date : ..... **Nom :** _____ **Durée :** 30 min **Note :** ..... / 10

Justifier chaque réponse. La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 : Dérivées (3,5 points)

Dans chacun des cas suivants, déterminer l'ensemble de dérivabilité de la fonction puis donner sa fonction dérivée :

1. $f(x) = 4x^5 - \dfrac{x^4}{2} + 3x - 1$
2. $h(x) = (2x-7)^3$
3. $g(x) = \dfrac{x^2}{3} + \dfrac{6}{x}$
4. $k(x) = (x^2+x)\sqrt{x}$

Exercice 2 : Taux de variation (1,5 point)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 5x - 2$.
Déterminer le taux de variation de f entre -2 et $-2+h$ puis en déduire le nombre dérivé de f en -2.

Exercice 3 : Étude d'une fonction rationnelle (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2-3}{x-1}$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

1. Donner l'ensemble de dérivabilité de f puis montrer que $f'(x) = \dfrac{x^2-2x+3}{(x-1)^2}$.
2. Déterminer une équation de la tangente T à $\mathcal{C}_f$ au point A d'abscisse 2.
3. Existe-t-il un autre point de $\mathcal{C}_f$ en lequel la tangente est parallèle à T ? Si oui, préciser ses coordonnées.
4. Montrer que $f(x) - (3x-5) = \dfrac{-2(x-2)^2}{x-1}$, puis étudier son signe. Interpréter graphiquement le résultat.