DEVOIR SURVEILLÉ – CHAPITRE 7 | SUJET

1ère Spé Maths

Variable aléatoire réelle

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Date : ..... **Nom :** _____ **Durée :** 40 min **Note :** ..... / 10

Justifier chaque réponse. La calculatrice est autorisée.

Capacités évaluées

- Utiliser les notations $\{X = a\}$, $P(X \geqslant a)$... et traduire une phrase en symboles.
- Modéliser un jeu par une variable aléatoire et déterminer sa loi.
- Calculer et interpréter l'espérance, la variance et l'écart type ; utiliser leurs propriétés.

Exercice 1 : Loi et notations (3 points)

La loi d'une variable aléatoire X est :

x_i	-2	0	1	3
$P(X = x_i)$	$0{,}2$	$0{,}4$	a	$0{,}1$

1. Calculer a.
2. Calculer $P(X \geqslant 0)$ et $P(X < 1)$.
3. Traduire en symboles puis calculer la probabilité de l'événement « X vaut au moins 1 ».

Exercice 2 : Un jeu (4 points)

Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules noires. Pour jouer, on paie 1 €, puis on tire successivement **avec remise** deux boules. On reçoit 5 € si les deux boules sont rouges, 1 € si une seule est rouge, et rien sinon. On note X le gain net du joueur.

1. Construire un arbre pondéré et déterminer la loi de X.
2. Calculer $E(X)$. Le jeu est-il favorable au joueur ?
3. Calculer $V(X)$ et $\sigma(X)$ (arrondi au centième).

Exercice 3 : Propriétés (3 points)

Une variable aléatoire X vérifie $E(X) = 5$ et $\sigma(X) = 2$.

1. Calculer $E(3X - 4)$, $V(3X - 4)$ et $\sigma(3X - 4)$.
2. Calculer $E(-X + 10)$ et $\sigma(-X + 10)$.
3. Déterminer les réels $a > 0$ et b tels que $Y = aX + b$ vérifie $E(Y) = 0$ et $\sigma(Y) = 1$.