ÉCOLES NATIONALES DES SCIENCES APPLIQUÉES · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année des ENSA · Maroc

Session de juillet 2016

2016

Énoncé

Exercice 1 : Soient a, b, c trois nombres complexes distincts, A, B, C leurs images dans le plan. On note

$$t = \frac{c-a}{b-a}$$

Q1 Soient $r \in \mathbb{R}_+^*$, $\theta \in \mathbb{R}$, la relation $t = re^{i\theta}$ se traduit géométriquement par :

A $AC = rAB$ et $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) \equiv 0[2\pi]$

B $AB = rAC$ et $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) \equiv \theta[2\pi]$

C $AC = rAB$ et $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) \equiv \theta[2\pi]$

D $AC = r^2AB$ et $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) \equiv \theta[2\pi]$

Q2 A, B, C sont alignés si et seulement si

A $t \in i\mathbb{R}$ B $t \in \mathbb{R}_+$
C $t \in i\mathbb{R}_+$ D $t \in \mathbb{R}$

Q3 Le triangle ABC est rectangle en A si et seulement si

A $t \in i\mathbb{R}$ B $t \in \mathbb{R}_+$
C $t \in i\mathbb{R}_+$ D $t \in \mathbb{R}$

Exercice 2 : Soit E un ensemble à n éléments, et $A \subset E$ un sous-ensemble à p éléments.

Q4 Le nombre de parties de E est

A n^2 B 2^n C n^n D $n!$

Q5 Le nombre de parties de E qui contiennent un et un seul élément de A est

A $n\ 2^{n-p}$ B $p\ n\ 2^{n-p}$
C $p\ 2^{n-p}$ D 2^{n-p}

Q6 On part du point de coordonnées (0,0) pour rejoindre le point de coordonnées (p, q) (p et q entiers naturels donnés strictement supérieures à 1) en se déplaçant à chaque étape d'une unité vers la droite ou vers le haut. Combien y a-t-il de chemins possibles ?

A C_{p+q}^q B qC_{p+q}^q C C_{pq}^q D 2^{p+q}

Q7 Soit f la fonction réelle définit de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$$

A f est injective
B f est surjective
C f n'est pas injective
D f est injective et n'est pas surjective

Q8 Combien le nombre 15! admet-il de diviseurs ?

A 4032 B 3042 C 2034 D 3044

Q9 Un QCM comporte 20 questions, pour chacune d'elles 4 réponses sont proposées, une seule est exacte. Le nombre de grilles réponses possibles est :

A 4^{20} B 20^4 C 800 D 80

Q10 Soit $(x, y, z) \in ([0,1])^3$
$\alpha = \text{Minimum}\{x(1-y); y(1-z); z(1-x)\}$

A $\alpha = 0$ B $\alpha > \frac{1}{4}$
C $\frac{1}{8} < \alpha < \frac{1}{4}$ D $\alpha \leq \frac{1}{4}$

Q11 $\displaystyle\sum_{k=0}^{2016} (-1)^k C_{2016}^k =$

A 0 B 1 C 2 D 3

Q12 $\displaystyle\sum_{1\leq i\leq 10} \sum_{1\leq j\leq 10} (i+j)^2 =$

A 10000 B 10750
C 13000 D 13750

Q13 Toute fonction discontinue est :

A constante B non dérivable
C dérivable D périodique

Q14 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si non} \end{cases}$

A f' n'est pas continue en 0
B f' est continue en 0
C f' admet une limite finie en 0
D f' a pour limite $+\infty$ en 0

Q15 $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{x+2} =$

A 1 B e^{-4} C $\sqrt{e}$ D 0

Q16 $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{2\cos^2\left(\frac{1}{x}\right) - \sin\left(\frac{1}{x}\right) + 3}{x + \sqrt{x}} =$

A $+\infty$ B 0 C 1 D 3

Q17 Soit r_i $(i = 1, 4)$ les quatres racines de l'équation réelle :

$$(x-7)(x-5)(x+4)(x+6) = 608$$

Le produit des racines

$$\prod_{i=1}^{4} r_i$$

vaut :

A 464 B 608 C 232 D 840

Q18 $\displaystyle\int_e^{e^2} \frac{1+\ln x}{x \ln x}\, dx =$

A $1 - \ln 2$ B $1 + \ln 2$ C $\ln 2$ D 1

Q19 $\displaystyle\int_0^1 x^2 \sin(\pi x)\, dx =$

A $\frac{\pi^2 - 4}{\pi^3}$ B $\frac{\pi^2 + 4}{\pi^3}$
C $\frac{4}{\pi^3}$ D $\frac{-4}{\pi^3}$

Q20 Soient

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{\cos(x) + \sin(x)}\, dx$$

et

$$J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{\cos(x) + \sin(x)}\, dx$$

A $I = J = 0$
B $I = \frac{\pi}{2}$ et $J = \frac{\pi}{4}$
C $I = J = \frac{\pi}{4}$
D $I = \frac{\pi}{3}$ et $J = \pi$