ÉCOLES NATIONALES DES SCIENCES APPLIQUÉES · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année des ENSA · Maroc

Session de juillet 2019

2019

Énoncé

Q1 Soient $a, b > 0$, on considère la suite :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{(b^2+ab-a^2)\,u_n - a^2}{b^2u_n + b^2 - ab - a^2} \\ u_0 = \dfrac{b}{a} \end{cases}$$

En remarquant que la suite $v_n = \dfrac{b}{bu_n - a}$ est une suite arithmétique, u_n est égal à :

A $\dfrac{an+b}{bn+a}$ B $\dfrac{n+b}{bn+a}$ C $\dfrac{an-b}{bn-a}$ D $\dfrac{an+b}{n+a}$

Q2 Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on considère la suite :

$$u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2k+n}$$

On a $u_n \in I$ avec

A $I = \left[0, \frac{1}{3}\right[$ B $I = \left[\frac{1}{3}, 1\right[$ C $I = [2, 3[$ D $I = [1, 2[$

Q3 On considère toujours la suite de la question 2 ci-dessus, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ est égale à :

A $\sqrt{3}$ B $\ln(3)$ C $\ln\left(\sqrt{3}\right)$ D 0

Q4 Sachant que $\left(\ln\left(x+\sqrt{4+x^2}\right)\right)' = \dfrac{1}{\sqrt{4+x^2}}$, la valeur de l'intégrale

$$\int_0^1 \sqrt{4+x^2}\,dx$$

est :

A $\ln\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right) - \frac{\sqrt{5}}{2}$

B $\ln\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right) - \ln\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)$

C $\ln\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right) - \frac{5}{2}$

D $\ln\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right) + \frac{\sqrt{5}}{2}$

Q5 On considère l'équation trigonométrique suivante :
$(E) : \cos^4(3x) + \sin^4(3x) = 1$
Les solutions de (E) sont de la forme :

A $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

B $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

C $x = \frac{k\pi}{3},\ k \in \mathbb{Z}$

D $x = \frac{k\pi}{6},\ k \in \mathbb{Z}$

Q6 Soit le réel

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{7+3\sqrt{5}}{2}} - \sqrt[4]{\frac{7-3\sqrt{5}}{2}}$$

En calculant λ^4, la valeur de λ est :

A $\lambda = 0$ B $\lambda = 1$ C $\lambda = 2$ D $\lambda = 3$

Q7 Soit $a > 0$, la valeur de l'intégrale

$$\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2}\,dx$$

est :

A $\frac{\pi a}{4}$ B $4\pi a$ C πa^2 D $\frac{\pi a^2}{4}$

Q8 On jette 3 fois un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6, et on note a, b et c les résultats successifs obtenus. On note $Q(x) = ax^2 + bx + c$. La probabilité pour que Q admet une seule racine double est :

A $\frac{11}{216}$ B $\frac{7}{216}$ C $\frac{5}{216}$ D $\frac{9}{216}$

Q9 Une urne contient 4 boules jaunes, 3 boules rouges et 3 boules bleues. Les boules sont indiscernables au touché. L'expérience consiste à tirer au hasard successivement deux boules (une après l'autre) sans remise.
La probabilité d'obtenir la deuxième boule tirée de couleur rouge est :

A $\frac{17}{90}$ B $\frac{15}{90}$ C $\frac{19}{90}$ D $\frac{13}{90}$

Q10 On considère toujours la même expérience.
La probabilité d'obtenir la deuxième boule tirée rouge sachant que la première est jaune est :

A $\frac{4}{17}$ B $\frac{5}{17}$ C $\frac{8}{17}$ D $\frac{9}{17}$

Q11 Soit $z = -1 + \sqrt{2} + i$, $\arg(z)$ est égal à :

A $\frac{3\pi}{8}$ B $\frac{5\pi}{8}$ C $\frac{7\pi}{8}$ D $\frac{\pi}{8}$

Q12 En relation avec la question précédente, la valeur de $\cos\left(\frac{5\pi}{8}\right)$ est :

A $\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}}$ B $-\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ C $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ D $-\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2}}$

Q13 Soit $a = \cos\left(\frac{\pi}{5}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$.
En calculant $a\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$, la valeur de a est :

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{1}{4}$ D $\frac{1}{5}$

Q14 A partir de l'expression de la valeur de a (question précédente) la valeur de $b = \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ est :

A $\frac{5}{4}$ B $\frac{\sqrt{5}}{4}$ C $\frac{1}{4}$ D $\sqrt{\frac{5}{4}}$

Q15 Soient A, B deux points distincts du plan. L'ensemble des points M tel que $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AM} - 4\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM} = 0$ est :

A Une droite
B Un cercle
C Une demi-droite
D Un disque

Q16 L'expression simplifiée de

$$u_n = \prod_{k=0}^{n} \frac{k^2+5k+6}{k^2+5k+4}$$

est :

A $\frac{6n+3}{n+4}$ B $\frac{n+4}{3n+6}$ C $\frac{n+4}{6n+3}$ D $\frac{3n+6}{n+4}$

Q17 Le concours d'entrée à la première année des ENSA pour l'année 2019 – 2020 se déroule le 23 Juillet 2019.
Le nombre des unités de 23^{2019} est :

A 3 B 9 C 1 D 7

Q18 La valeur du produit suivant

$$u_n = \prod_{k=1}^{n} \left(e^{2^k} + e^{-2^k}\right)$$

est :

A $\frac{e^{2^{n+1}} - e^{-2^{n+1}}}{e - e^{-1}}$

B $\frac{e^{2^{n+1}} + e^{-2^{n+1}}}{e - e^{-1}}$

C $\frac{e^{2^{n+1}} - e^{-2^{n+1}}}{e + e^{-1}}$

D $\frac{e^{2^{n+1}} + e^{-2^{n+1}}}{e + e^{-1}}$

Q19 Soient $f_n(x) = e^x + nx^2 - 3$ et u_n la solution de $f_n(x) = 0 \quad (x \geq 0,\ n > 0)$, u_n est :

A est croissante
B est décroissante
C est stationnaire
D est périodique

Q20 Suite à la question précédente, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ est égale à :

A $\frac{1}{2}$ B 0 C 1 D $\sqrt{\frac{1}{2}}$