ÉCOLES NATIONALES DES SCIENCES APPLIQUÉES · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année des ENSA · Maroc

Session du 1er août 2022

2022

Énoncé

Q1 Sachant que $11 \times 11 = 121$, le produit $111111111 \times 111111111$ est égal à :

A 1234567654321
B 123456787654321
C 12345678987654321
D 1234568654321

Q2 Le nombre de diviseurs positifs du nombre 546×840 est :

A 180 B 181 C 182 D 183

Q3 Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. La négation de la proposition « f est la fonction nulle » est :

A $\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) > 0$
B $\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) \neq 0$
C $\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = 0$
D $\exists x \in \mathbb{R},\ f(x) \neq 0$

Q4 La solution de l'équation à variable réelle x :
$\ln\left(x^2-1\right) - \ln(2x-1) + \ln 2 = 0$ est :

A $\dfrac{1+7\sqrt{3}}{2}$ B $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$
C $\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$ D $\dfrac{1+3\sqrt{3}}{2}$

Q5 La valeur maximale des termes $u_k = C_{22}^k\, 20^{22-k}\, 21^k$ dans le développement du nombre $(20+21)^{22}$ par la formule du Binôme de Newton atteinte pour k égal à :

A 8 B 9 C 10 D 11

Q6 $\lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt[n]{n^2} =$

A 1 B 0 C $+\infty$ D e

Q7 $\lim\limits_{n\to+\infty} n - \sqrt{(n+5)(n+7)} =$

A 0 B -6 C 6 D $+\infty$

Q8 Soient a et b deux réels ; la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1+x)-x}{x^2} & \text{si } x > 0 \\ ax+b & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

est continue en 0 ssi

A $a \in \mathbb{R}$ et $b = 2$
B $a = 0$ et $b = 1$
C $a = \dfrac{-1}{3}$ et $b = \dfrac{1}{2}$
D $a \in \mathbb{R}$ et $b = \dfrac{-1}{2}$

Q9 La dérivée de la fonction

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{(x+2)^2}\ \sqrt{(x+3)^3}} \text{ est :}$$

A $\dfrac{5x^2-x-12}{\sqrt{x-1}\ \sqrt[3]{(x+2)^5}\ \sqrt{(x+3)^5}}$

B $\dfrac{3x^2+x-24}{\sqrt{x-1}\ \sqrt[3]{(x+2)^5}\ \sqrt{(x+3)^5}}$

C $\dfrac{2x^2+x-24}{2\sqrt{x-1}\ \sqrt[3]{(x+2)^5}\ \sqrt{(x+3)^5}}$

D $\dfrac{5x^2+x-24}{3\sqrt{x-1}\ \sqrt[3]{(x+2)^5}\ \sqrt{(x+3)^5}}$

Q10 Soit $f : [0,+\infty[\to [0,+\infty[$ définie par $f(x) = xe^x$. L'équation de la tangente à la courbe f^{-1} au point d'abscisse e est :

A $y = \dfrac{1}{2e} + \dfrac{1}{2}$ B $y = \dfrac{1}{e}x + \dfrac{1}{2}$
C $y = \dfrac{1}{2e}x + 1$ D $y = \dfrac{1}{e}x - 1$

Q11 $\displaystyle\int_0^1 \frac{1-x^2}{1+x^2}\,dx =$

A $\dfrac{\pi}{2}+1$ B $\dfrac{\pi}{2}-1$
C $-1+\dfrac{\pi}{4}$ D $-1-\dfrac{\pi}{4}$

Q12 Soit l'intégrale

$$I_n = \int_{-1}^{1} \left(x^2-1\right)^n dx$$

La valeur de I_4 est

A $\dfrac{252}{315}$ B $\dfrac{254}{315}$ C $\dfrac{258}{315}$ D $\dfrac{256}{315}$

Q13 $\cos\left(\dfrac{\pi}{16}\right)$ est égal à :

A $\dfrac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2-\sqrt{2}}}$
B $\dfrac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$
C $\dfrac{1}{16}\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}$
D $\dfrac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}$

Q14 La formule algébrique du nombre complexe $\left(\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2023}$ est :

A $\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ B $-\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
C $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+i\dfrac{1}{2}$ D $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+i\dfrac{1}{2}$

Q15 Soit le nombre complexe $z = \sqrt{3}+i$, alors z^5 est égal à :

A $\overline{z}$ B $-8\,\overline{z}$ C $-16\,\overline{z}$ D $16\,\overline{z}$

Q16 Soient z_1 et z_2 les solutions de l'équation suivante :

$$2z^2 - 2(m+1+i)z + m^2 + (1+i)m + i = 0$$

où $m \in \mathbb{C}^*$ et $z \in \mathbb{C}$, $m \neq 1, i$
$\mathrm{Im}(z_1) \times \mathrm{Im}(z_2) =$

A $\dfrac{1-m^2}{2}$ B $\dfrac{1+m^2}{2}$
C $\dfrac{1-m^2}{4}$ D $\dfrac{1+m^2}{4}$

Q17 La solution $y(x)$ de l'équation différentielle suivante : $y'' + y' + \dfrac{5}{2}y = 0$, $y(0) = -4$; $y'(0) = 6$ est :

A $e^{\frac{x}{2}}\left(-4\cos\left(\dfrac{3}{2}x\right) - \dfrac{8}{3}\sin\left(\dfrac{3}{2}x\right)\right)$
B $e^{\frac{x}{2}}\left(-4\cos\left(\dfrac{3}{2}x\right) + \dfrac{8}{3}\sin\left(\dfrac{3}{2}x\right)\right)$
C $e^{\frac{-x}{2}}\left(-4\cos\left(\dfrac{3}{2}x\right) - \dfrac{8}{3}\sin\left(\dfrac{3}{2}x\right)\right)$
D $e^{\frac{-x}{2}}\left(-4\cos\left(\dfrac{3}{2}x\right) + \dfrac{8}{3}\sin\left(\dfrac{3}{2}x\right)\right)$

Q18 Dans un repère orthonormé, on considère le plan P d'équation cartésienne $2x - y - 2z + 2 = 0$, et la sphère d'équation $x^2 - 6x + y^2 + z^2 + 10z - 2 = 0$. Une représentation paramétrique de la droite passant par le centre de la sphère et perpendiculaire au point P est :

A $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = -t \\ z = -5-2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

B $\begin{cases} x = 3-2t \\ y = t \\ z = -5-2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

C $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = -t \\ z = 5-2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

D $\begin{cases} x = -3+2t \\ y = -t \\ z = -5-2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

La première année du cycle préparatoire d'une ENSA comporte 300 élèves ingénieurs. Ils sont inscrits aux clubs des activités de l'École selon la répartition suivante : 60 au club Cyber Sécurité dont 30% sont des filles, 90 au club Sport dont 60% sont des filles, et 150 au club Environnement dont 72% sont des filles. Chaque élève-ingénieur(e) pratique une et une seule activité. On choisit au hasard un(e) élève ingénieur(e).

Q19 La probabilité que l'élève choisi(e) soit une fille est :

A 0,4 B 0,5 C 0,6 D 0,7

Q20 Sachant que l'élève choisi(e) est un garçon, la probabilité qu'il soit inscrit au club Environnement est :

A 0,25 B 0,35 C 0,45 D 0,55