ÉCOLES NATIONALES DES SCIENCES APPLIQUÉES · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année des ENSA · Maroc

Session de juillet 2023

2023

Énoncé

Q1 Voici une suite logique de nombres : $6; 4; 8; 5; 15; \ldots$
Le nombre suivant est :

A 17 B 20 C 11 D 40

Q2 Soit x un nombre de 6 chiffres divisible par 9 et y le nombre obtenu en déplaçant à la fin le premier chiffre de x. Le reste de la division de y par 9 est égal à :

A 0 B 1 C 2 D 3

Q3 Le nombre de couples d'entiers premiers entre eux dont le produit vaut 150 est égal à :

A 4 B 6 C 8 D 10

Q4 L'équation à variables réelles

$$9x^5 - 12x^4 + 6x - 5 = 0$$

A admet une seule solution entière
B admet trois solutions entières
C admet cinq solutions entières
D n'admet pas de solution entière

Q5 Soit la suite (u_n) définie par : $u_n = \sqrt{n} - [\sqrt{n}]$, $n \in \mathbb{N}$. ($[x]$ désigne la partie entière de x).

$$\lim_{n\to+\infty} u_{(n^2+2n)} =$$

A 0 B 1 C 2 D 3

Q6 $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x \sin(e^{-x}) =$

A 0
B 1
C -1
D n'a pas de limite

Q7 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\cos\left(x^2+x-1\right)}{x} =$

A 0
B 1
C -1
D n'a pas de limite

Q8 Soit f une fonction continue de $\mathbb{R}$ à valeur dans $\mathbb{Z}$.
Alors :

A f n'est pas constante
B f est une constante
C f est strictement croissante
D f est strictement décroissante

Q9 Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que : $\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$,

$$f(x+y)\left(1 - f(x)f(y)\right) = f(x) + f(y)$$

Alors :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \frac{f'(x)}{1+f(x)^2} =$$

A $f'(0)$ B $f'(0) - 1$
C $f'(0) + \dfrac{1}{2}$ D $f'(0) - \dfrac{1}{2}$

Q10 Pour tout réel $\alpha > 0$;

$$\int_{\frac{1}{\alpha}}^{\alpha} \frac{\ln x}{1+x^2}\, dx =$$

A $\ln\alpha$ B $2\ln\alpha$ C 0 D $\alpha\dfrac{\pi}{2}$

Q11 On considère les deux intégrales suivantes : $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin^2(x)\, dx$ et $J = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos^2(x)\, dx$. La valeur de I vaut :

A $\dfrac{\pi^3}{48}$ B $\dfrac{\pi^3}{24} + \dfrac{\pi}{4}$
C $-\dfrac{\pi}{8}$ D $\dfrac{\pi^3}{48} + \dfrac{\pi}{8}$

Q12 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x)^{1445} \sin x\, dx =$

A $\dfrac{1}{1445}$ B $\dfrac{1}{1446} - \dfrac{\pi}{2}$
C $\dfrac{1}{1446}$ D $\dfrac{1}{1447} + \dfrac{\pi}{2}$

Q13 Soient z_1 et z_2 les solutions complexes de l'équation :

$$z^2 - 4iz - 4(1+i) = 0$$

Alors : $\mathrm{Im}(z_1) + \mathrm{Im}(z_2)$

A 0 B 4 C 2 D 3

Q14 Le nombre complexe

$$(1+i)^{2000} =$$

A 1 B 4^{1000} C 4^{500} D 4^{200}

Q15 Le nombre complexe

$$\left(\frac{7-15i}{15+7i}\right)^{2023} =$$

A i B $-i$ C -1 D $i+1$

Q16 La somme

$$\left(1 + e^{\frac{i2\pi}{5}} + e^{\frac{i4\pi}{5}} + e^{\frac{i6\pi}{5}} + e^{\frac{i8\pi}{5}}\right)^{1000} =$$

A 0 B 1 C i D $-i$

Q17 La solution $f(x)$ de l'équation différentielle $y'' - 7y' + 12y = 0$ vérifiant $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$ est :

A $e^{-4x} - e^{3x}$ B $e^{5x} - e^{3x}$
C $e^{4x} - e^{3x}$ D $e^{5x} - e^{4x}$

Q18 Soient d_A la distance du point $A(1,0,2)$ au plan $(P) : 2x + y + z + 4 = 0$; et d_B la distance du point $B(3,2,1)$ au plan $(Q) : -x + 5y - 4z = 5$. Alors le produit des distances $d_A d_B$ est :

A $\dfrac{8}{3\sqrt{7}}$ B $\dfrac{10}{3\sqrt{7}}$ C $\dfrac{11}{3\sqrt{7}}$ D $\dfrac{13}{3\sqrt{7}}$

Q19 L'aire sous la cloche d'équation $y = \dfrac{1}{1+x^2}$ et au-dessus de la parabole d'équation $y = \dfrac{x^2}{2}$ est :

A $\dfrac{1}{3}$ B $-\dfrac{1}{3} + \dfrac{\pi}{2}$ C $\dfrac{\pi}{2}$ D $\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{1}{3}$

Q20 On considère le cercle (C) d'équation $x^2 + y^2 + x - 3y - 3 = 0$ et (D) la droite passant par le point A de coordonnées $(1,-2)$ et tangent à (C) au point M.
La longueur du segment $[AM]$ est égale à :

A 1 B 2 C 3 D 4