ÉCOLES NATIONALES DES SCIENCES APPLIQUÉES · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année des ENSA · Maroc

Session de juillet 2025 · Durée 1h30

2025 — Énoncé

Q1 Le nombre complexe : $Z = \left(-1+i\sqrt{3}\right)^{2010} + \left(-1-i\sqrt{3}\right)^{2010}$.
La valeur de Z est :

A 2^{2009}

B $2i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\exp\left(\frac{i4\pi}{3}\right)$

C $2\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right)\exp\left(\frac{i2\pi}{3}\right)$

D 2^{2011}

Q2 Dans $\mathbb{C}$, on considère l'équation (1) : $z^6 = (1-i)\bar{z}$.
On note z une solution non nulle quelconque de l'équation (1). Alors :

A $|z| = 1$ B $|z| = \sqrt{3}$
C $|z| = 2^{1/5}$ D $|z| = 2^{1/10}$

Q3 Dans $\mathbb{C}$, on considère l'équation (2) : $z^2 + z + 1 = \frac{1}{z+1}$.
On note z_1 et z_2 les solutions non réelles de l'équation (2). On a :

A $|z_1| = |z_2|$ B $|z_1| > |z_2|$
C $|z_1| < |z_2|$ D $|z_1| = 2|z_2|$

Q4 On note S l'ensemble des points du plan complexe M dont l'affixe z vérifie $|z-3| = \frac{\sqrt{2}}{2}|z-5|$. Alors :

A $S = \varnothing$
B $L = \mathbb{C}$
C S = le cercle de centre $(1,0)$ et de rayon $2\sqrt{2}$
D S = le cercle de centre $(0,1)$ et de rayon $\frac{1}{2}$

Q5 Dans le plan complexe, on considère les points A, B, C et D d'affixe respective 1, -1, i et $-i$. On note $\mathbb{U}$ l'ensemble des nombres complexes de module 1. Si $M \in \mathbb{U}$, on note $p(M)$ le produit des distances de M aux points A, B, C, D : $p(M) = MA \times MB \times MC \times MD$.
On pose $m = \sup_{M\in\mathbb{U}} p(M)$. Alors la valeur de m est :

A $m = 1$ B $m = 2$
C $m = 3$ D $m = +\infty$

Q6 Soit a l'entier naturel défini par : $(2025)^{2025} \equiv a \bmod 7$.
La valeur de a est :

A $a = 3$ B $a = 2$ C $a = 5$ D $a = 1$

Q7 Le PGCD de $3^{123} - 5$ et 125 est :

A 1 B 5 C 25 D 125

Q8 On considère la suite (u_n) définie par : $u_n = \frac{\ln\left(1+\sqrt{n}\right)}{\ln\left(1+n^3\right)}$.
On note $L = \lim_{n\to+\infty} u_n$.

A $L = 1$ B $L = \sqrt{3}$
C $L = \frac{1}{6}$ D $L = \frac{1}{3}$

Q9 Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{u_n}{1+2u_n}$, $\forall n \geq 0$.
En considérant la suite $v_n = \frac{1}{u_n}$, on trouve :

A $\lim_{n\to+\infty} nu_n = 0$ B $\lim_{n\to+\infty} nu_n = 1$
C $\lim_{n\to+\infty} nu_n = \frac{1}{2}$ D $\lim_{n\to+\infty} nu_n = \frac{1}{4}$

Q10 Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on définit $u_n = \sqrt{n+\sqrt{n-1+\sqrt{\cdots+\sqrt{1}}}}$.
La limite L de la suite (u_n) est :

A $L = 1$ B $L = \frac{\pi}{2}$
C $L = +\infty$ D $L = 0$

Q11 On pose pour $n \in \mathbb{N}^*$: $S_n = \sum_{k=1}^{2n+1} \frac{1}{\sqrt{n^2+k}}$.
La limite de S_n est :

A 0 B $\frac{1}{2}$ C 1 D 2

Q12 En admettant que pour tout $n \in \mathbb{N}$, le nombre réel $\left(3+\sqrt{5}\right)^n + \left(3-\sqrt{5}\right)^n$ est un entier pair, la limite $L = \lim_{n\to+\infty} \cos\left(\left(3+\sqrt{5}\right)^n \pi\right)$ vaut :

A $L = 0$ B $L = -1$
C $L = 1$ D $L = \frac{\pi}{4}$

Q13 Soit $a > 0$, alors $\lim_{x\to a^+} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}-\sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2-a^2}}$ est :

A $-\frac{1}{\sqrt{2a}}$ B $-\frac{1}{\sqrt{a}}$ C $\frac{1}{\sqrt{a}}$ D $-\frac{2}{\sqrt{a}}$

Q14 On note I_n la suite définie par : $I_n = \int_0^1 \frac{x}{1+x^{2n}}\,dx$.
La limite L de I_n est :

A $L = \frac{1}{2}$ B $L = \frac{3}{2}$
C $L = 0$ D $L = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Q15 La valeur de l'intégrale $I = \int_0^{\sqrt{3}} x^2 \ln\left(x^2+1\right) dx$ est :

A $I = \sqrt{3}\ln(2) - \frac{\pi}{9}$
B $I = \sqrt{3}\ln(2) + \frac{\pi}{9}$
C $I = 2\left(\sqrt{3}\ln(2) - \frac{\pi}{9}\right)$
D $I = \sqrt{3}\ln(2)$

Q16 Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = \frac{2\ln(x)}{x\left(1+(\ln(x))^2\right)}$.
La primitive de f sur $]0,+\infty[$ qui s'annule en 1 est :

A $\ln\left(1+(\ln(x))^2\right)$
B $(\ln(x))^2$
C $2\ln\left(1+(\ln(x))^2\right)$
D $\frac{x\ln(x)}{\ln(x)+1}$

Q17 Dans l'espace $\mathbb{R}^3$ rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère le plan (P) d'équation $2x-5y-6z+4=0$ et (S) la sphère de centre $\Omega(2;-2;3)$ et de rayon 3, alors :

A (P) coupe (S) suivant un cercle de rayon 3 et de centre Ω
B (P) coupe (S) suivant un cercle de rayon 3 et de centre le point de coordonnées $(2;2;3)$
C (P) est tangent à (S) au point de coordonnées $(2;2;3)$
D (P) est tangent à (S) au point de coordonnées $(2;0;-3)$

Q18 On jette deux fois de suite une pièce de monnaie non truquée et on note les arrivées de pile et de face. Soit p la probabilité d'avoir deux fois face sachant que le premier jet a donné face.

A $p = \frac{1}{2}$ B $p = \frac{1}{3}$
C $p = \frac{1}{4}$ D $p = \frac{3}{4}$

Q19 Une usine fabrique des composants électroniques et dispose d'une machine pour tester s'ils sont défectueux ou non. Les résultats sont comme suit :

- **Si le composant est défectueux :** la machine le détecte dans 90% des cas et dans 10% des cas elle échoue.
- **Si le composant n'est pas défectueux :** la machine l'indique correctement dans 99% des cas et elle échoue dans 1% des cas.

On tire au hasard un composant dans une large population où l'on sait que $0{,}1\%$ des composants sont défectueux, et on note p la probabilité qu'un composant tiré au hasard soit détecté défectueux par la machine. Alors $p =$

A $1{,}041\%$ B $1{,}089\%$
C $1{,}025\%$ D 1%

Q20 On jette n fois de suite un dé non truqué numéroté de 1 à 6, $n \geq 2$, et on note les numéros des faces obtenues. Soit p_n la probabilité d'avoir un nombre inférieur ou égal à 3 dans le second jet sachant que le premier jet a donné la face numéro 2. Soit $p = \lim_{n\to+\infty} p_n$.
La valeur de p est :

A $p = \frac{1}{2}$ B $p = \frac{1}{3}$ C $p = \frac{1}{6}$ D $p = 0$