ÉCOLES NATIONALES DES SCIENCES APPLIQUÉES · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année des ENSA · Maroc

Session de juillet 2026 · Durée 1h30

2026 — Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
B	B	C	D	B	D	C	D	C	A	B	C	D	A

Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20
D	B	A	B	A	D

Q1 — Réponse B

$(1+i)^4 = (2i)^2 = -4$ et $\left(1+i\sqrt{3}\right)^3 = \left(2e^{i\pi/3}\right)^3 = -8$: le numérateur vaut 32, d'argument 0. Comme $(1-i)^5 = \left(\sqrt{2}\,e^{-i\pi/4}\right)^5$ a pour argument $-\dfrac{5\pi}{4}$, $\arg Z \equiv \dfrac{5\pi}{4}\ [2\pi]$.

Q2 — Réponse B

$i\overline{z}+1-2i = i\,(\overline{z}-2-i)$, donc $|i\overline{z}+1-2i| = |z-(2-i)|$. La condition $|z-(2-i)| = |z-1|$ décrit la médiatrice de $[PQ]$ avec $P(2,-1)$ et $Q(1,0)$: elle passe par $\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)$ et est dirigée par $(1,1)$, d'où $y = x-2$.

Q3 — Réponse C

$\overrightarrow{AB}(-3,1)$ et $\overrightarrow{AC}(1,3)$: $AB = AC = \sqrt{10}$ et $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = -3+3 = 0$. Le triangle est isocèle et rectangle en A.

Q4 — Réponse D

$\dfrac{k^2-1}{k^2} = \dfrac{k-1}{k}\cdot\dfrac{k+1}{k}$, et les produits sont télescopiques :

$$\prod_{k=2}^{n}\frac{k-1}{k}\cdot\prod_{k=2}^{n}\frac{k+1}{k} = \frac{1}{n}\cdot\frac{n+1}{2} = \frac{n+1}{2n}.$$

Q5 — Réponse B

C'est une somme de Riemann : $u_n = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1}\frac{k/n}{\sqrt{4-(k/n)^2}} \to \int_0^1 \frac{x\,dx}{\sqrt{4-x^2}} = \Big[-\sqrt{4-x^2}\Big]_0^1 = 2-\sqrt{3}$.

Q6 — Réponse D

$3^{2n+1} = 3\times 9^n \equiv 3\times 2^n\ [7]$ et $2^{4n+2} = 4\times 16^n \equiv 4\times 2^n\ [7]$. La somme est $\equiv 7\times 2^n \equiv 0\ [7]$: $a = 0$.

Q7 — Réponse C

$2^4 = 16 \equiv 1\ [15]$ et $445 = 4\times 111+1$, donc $2^{445}+7 \equiv 2+7 = 9\ [15]$. Ce nombre est divisible par 3 mais pas par 5 : le PGCD vaut 3.

Q8 — Réponse D

$u_{n+1}-u_n = e^{u_n} > 0$: la suite est croissante, donc $u_n \geq 1$ et $u_{n+1}-u_n \geq e$. Ainsi $u_n \geq 1+ne \to +\infty$.

Q9 — Réponse C

$u_n > 0$ pour tout n, donc $u_{n+1}-2 = \dfrac{2-u_n}{u_n}$. On a $u_n \geq 1$, puis $u_n \geq \dfrac{3}{2}$ dès $n \geq 2$ ($u_n \leq 3$), d'où $|u_{n+1}-2| \leq \dfrac{2}{3}|u_n-2|$: $u_n \to 2$ (point fixe positif de $\ell = 1+\frac{2}{\ell}$).

Q10 — Réponse A

Avec $x = \dfrac{\pi}{2}+h$: $\sin x = \cos h$ et $\ln(\cos h) \sim -\dfrac{h^2}{2}$, tandis que $(\pi-2x)^2 = 4h^2$. La limite vaut $-\dfrac{1}{8}$.

Q11 — Réponse B

$\left(\dfrac{\ln x}{x}\right)^{1/x} = \exp\left(\dfrac{\ln(\ln x)-\ln x}{x}\right)$ et l'exposant tend vers 0 : la limite vaut $e^0 = 1$.

Q12 — Réponse C

Pour $x > 1$:

$$f'(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\left(1+\frac{x}{x^2-1}\right) = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x+1}\cdot\frac{x^2+x-1}{x^2-1} = \frac{x^2+x-1}{(x+1)\sqrt{x^2-1}}.$$

Q13 — Réponse D

$f'(x) = (1+x)^{-1}$, $f''(x) = -(1+x)^{-2}$, $f'''(x) = 2(1+x)^{-3}\ldots$ Par récurrence, $f^{(n)}(x) = \dfrac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{(x+1)^n}$.

Q14 — Réponse A

Le changement $x \mapsto \dfrac{\pi}{2}-x$ échange sin et cos : $I = J$. Et $I+J = \displaystyle\int_0^{\pi/2} dx = \frac{\pi}{2}$, donc $I = J = \dfrac{\pi}{4}$.

Q15 — Réponse D

$\dfrac{1}{1+\sin x} = \dfrac{1-\sin x}{\cos^2 x}$ a pour primitive $\tan x - \dfrac{1}{\cos x}$. L'intégrale vaut $\left(1-\sqrt{2}\right)-(0-1) = 2-\sqrt{2}$.

Q16 — Réponse B

Avec $u = \ln x$: $\displaystyle\int \frac{du}{\sqrt{1+u^2}} = \ln\left(u+\sqrt{1+u^2}\right)$. La primitive $\ln\left(\ln x+\sqrt{1+(\ln x)^2}\right)$ vaut $\ln 1 = 0$ en $x = 1$.

Q17 — Réponse A

Les parallèles à D ont pour équation $2x+y+c = 0$. Tangence : $\dfrac{|4-1+c|}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$, soit $|3+c| = \dfrac{5}{2}$, $c = -\dfrac{1}{2}$ ou $c = -\dfrac{11}{2}$. Seule $2x+y-\dfrac{1}{2} = 0$ est proposée.

Q18 — Réponse B

$H = A+t\,\vec{u}$ avec $t = \dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}}{\|\vec{u}\|^2} = \dfrac{-1+3+2}{3} = \dfrac{4}{3}$ ($\overrightarrow{AB}(-1,3,-2)$). Donc $H\left(\dfrac{7}{3},-\dfrac{2}{3},-\dfrac{4}{3}\right)$.

Q19 ✔ Réponse **A**

$P(R) = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{20} + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{10} + \frac{1}{12}\cdot\frac{1}{5} + 0 = \frac{2+3+2}{120} = \frac{7}{120}$, et $P(C \cap R) = \frac{1}{60} = \frac{2}{120}$. Donc $p = \frac{2}{7}$.

Q20 ✔ Réponse **D**

$p_{n+1} = p\,p_n + (1-p)(1-p_n) = (2p-1)p_n + 1 - p$. Le point fixe est $\frac{1}{2}$ et $p_n - \frac{1}{2} = (2p-1)^n\left(p_0 - \frac{1}{2}\right) \to 0$ car $|2p-1| < 1$.