ÉCOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUÉES DE KHOURIBGA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'entrée en 1re année · ENSA Khouribga

Année 2008–2009

2008

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13
B	C	C	C	B	B	A	B	B	B	C	C	C

Q1 ✔ Réponse B

C'est la dérivée en 0 de $\sin\left(\pi\sqrt{1+x}\right)$: $\cos(\pi)\cdot\dfrac{\pi}{2}=-\dfrac{\pi}{2}$.

Q2 ✔ Réponse C

Si $v_n\to\ell$ et f est continue, $v_{n+1}=f(v_n)\to f(\ell)$, donc $\ell=f(\ell)$. Les autres affirmations sont fausses en général.

Q3 ✔ Réponse C

La suite est croissante, majorée par 2 ; sa limite vérifie $\ell=\sqrt{1+\ell}$, $\ell^2-\ell-1=0$, $\ell=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Q4 ✔ Réponse C

$z=1$ est racine : $i-2+2-i=0$. Le produit des racines vaut $\dfrac{2-i}{i}=-1-2i$, donc l'autre racine est $-(1+2i)$: $S=\{1,-(1+2i)\}$.

Q5 ✔ Réponse B

$f'(x)=\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{1}{x-3}=\dfrac{-5}{(x+2)(x-3)}=\dfrac{5}{6+x-x^2}$. (A est faux pour $x<-2$; f décroît sur $]3,+\infty[$ et $f>0$ y.)

Q6 ✔ Réponse B

À droite : $f(0)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. À gauche : $\cos x-\sqrt{1+\sin ax}\sim-\dfrac{ax}{2}$, d'où la limite $-\dfrac{a}{2}$. Continuité : $a=\sqrt{2}$.

Q7 ✔ Réponse A

$h\circ h(x)=\sqrt[3]{8-(8-x^3)}=x$, donc $h^{-1}=h$. (h n'est pas dérivable en $x=2$, tangente verticale ; h est définie sur $\mathbb{R}$.)

Q8 ✔ Réponse B

$g(x)=2\iff x^2-4x+1=0$, $x=2+\sqrt{3}\geq 1$. (g est croissante ; $g(x)=x-2+\frac{1}{x}$, primitive $\frac{x^2}{2}-2x+\ln x$, asymptote $y=x-2$.)

Q9 ✔ Réponse B

$3e^{2x}+4e^x+1>0$: pas de solution. ($e^{2x}-2e^x-3=0$ donne seulement $e^x=3$, $S=\{\ln 3\}$.)

Q10 ✔ Réponse B

$r^2+2r+4=0$: $r=-1\pm i\sqrt{3}$,
$y=e^{-x}\left(\alpha\cos\sqrt{3}x+\beta\sin\sqrt{3}x\right)$.

Q11 ✔ Réponse C

Symétrie de centre Ω : $f(1-x)+f(x)=2\cdot\dfrac{3}{2}=3$. (On a $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{2}$, mais $f(0)$ n'est pas connu.)

Q12 ✔ Réponse C

Symétrie par rapport à $x=\frac{1}{2}$: $h(x)=h(1-x)$. (B est la parité de h, qui n'est pas acquise.)

Q13 ✔ Réponse C

$F(x)=\arctan x\in\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$: $|F(x)|\leq\pi$. ($F'(x)=\frac{1}{1+x^2}$; $F<0$ pour $x<0$; $F\to\frac{\pi}{2}$.)