ÉCOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUÉES DE KHOURIBGA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'entrée en 1re année · ENSA Khouribga

Année 2008–2009

2008

Énoncé

Q1 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin\left(\pi\sqrt{1+x}\right)}{x} =$

A n'existe pas
B $\dfrac{-\pi}{2}$
C $\dfrac{\pi}{2}$
D $+\infty$

Q2 Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $v_0 \in \mathbb{R}$ et $v_{n+1} = f(v_n)$, alors :

A Si de plus f est décroissante alors (v_n) est décroissante
B Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$
C Si f est continue sur $\mathbb{R}$ et (v_n) converge vers ℓ alors $\ell = f(\ell)$
D Si f est dérivable sur $\mathbb{R}$ alors (v_n) est bornée

Q3 Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \sqrt{1+u_n}$, alors $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers :

A $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$
B $\sqrt{2}$
C $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$
D (u_n) ne converge pas

Q4 L'ensemble des solutions de l'équation $iz^2 - 2z + 2 - i = 0$ est :

A $\{1, 1+2i\}$
B $\{i, \bar{i} = -i\}$
C $\{1, -(1+2i)\}$
D $\varnothing$

Q5 Soit f la fonction définie sur $D =]-\infty, -2[\cup]3, +\infty[$ par $f(x) = \ln\left(\dfrac{x+2}{x-3}\right)$.

A $f(x) = \ln(x+2) - \ln(x-3)\ \forall x \in D$
B f est une primitive de la fonction $h(x) = \dfrac{5}{6+x-x^2}$ $(x \in D)$
C f est croissante sur $]3, +\infty[$
D L'équation $f(x) = -1$ admet une solution dans $]3, +\infty[$

Q6 Soit f la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x} - \sqrt{2+x}}{x+2} & x \geq 0 \\ \dfrac{\cos(x) - \sqrt{1+\sin(ax)}}{x} & x < 0 \end{cases}$

La valeur de a pour laquelle la fonction f est continue au point zéro est :

A $a = 1$
B $a = \sqrt{2}$
C $a = \pi$
D $a = 0$

Q7 Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = \sqrt[3]{8-x^3}$. Alors :

A $h^{-1}(x) = \sqrt[3]{8-x^3}$
B h est dérivable sur $\mathbb{R}$
C Domaine de définition de h est $[2, +\infty[$
D $h \circ h(x) = x^2$

Q8 Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[1, +\infty[$ par $g(x) = \dfrac{(x-1)^2}{x}$. Alors :

A g est décroissante sur $[1, +\infty[$
B $g^{-1}(2) = 2 + \sqrt{3}$
C Une primitive de g est $G(x) = \dfrac{x^2}{2} - x + \ln(x)$
D La droite d'équation $y = 2x$ est une asymptote à la courbe de g au voisinage de $+\infty$

Q9

A L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $3e^{2x} + 4e^x + 1 = 0$ est $\{0, \ln(3)\}$
B L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $3e^{2x} + 4e^x + 1 = 0$ est $\varnothing$
C L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $e^{2x} - 2e^x - 3 = 0$ est $\{0, \ln(3)\}$
D L'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $e^{2x} - 2e^x - 3 = 0$ est $\varnothing$

Q10 Soit l'équation différentielle : (E) $y'' + 2y' + 4y = 0$

A La solution générale de (E) est $y(x) = [\alpha\cos(x) + \beta\sin(x)]e^x$, $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$
B La solution générale de (E) est $y(x) = \left[\alpha\cos(\sqrt{3}x) + \beta\sin(\sqrt{3}x)\right]e^{-x}$, $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$
C L'équation différentielle (E) n'admet pas de solutions
D La solution générale de (E) est $y(x) = \left[\alpha e^{x\sqrt{5}} + \beta e^{-x\sqrt{5}}\right]e^{-x}$, $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$

Q11 Soit f une fonction définie sur l'ensemble des réels, dont la courbe représentative dans un repère orthonormé est symétrique par rapport au point $\Omega\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$. Alors :

A $f(0) = 0$ et $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{3}{2}$
B La courbe de $f \circ f$ est symétrique par rapport au point $\Omega\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$
C $f(x) = 3 - f(1-x)$ pour $x \in \mathbb{R}$
D La courbe de $f \circ f$ est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \dfrac{1}{2}$

Q12 Soit h une fonction définie sur l'ensemble des réels, dont la courbe représentative dans un repère orthonormé est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \dfrac{1}{2}$. Alors :

A La courbe de $h \circ h$ est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = 1$
B $h\left(x - \dfrac{1}{2}\right) = h\left(\dfrac{1}{2} - x\right)$ pour $x \in \mathbb{R}$
C $h(x) = h(1-x)$ pour $x \in \mathbb{R}$
D $h\left(\dfrac{1}{2}\right) = 0$

Q13 Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{dt}{1+t^2}$

A F est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $F'(x) = -\dfrac{2x}{(1+x^2)^2}$
B Pour tout réel x, $F(x) \geq 0$
C Pour tout réel x, $|F(x)| \leq \pi$
D $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x) = \pi$