ÉCOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUÉES DE KHOURIBGA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'entrée en 1re année · ENSA Khouribga

Année 2009-2010

2009

Énoncé

Q1 On considère a et b deux nombres réels quelconques. Laquelle des propositions suivantes est la proposition correcte :

A $|ab| \leq |a| - |b|$ B $|ab| \leq \dfrac{a^2+b^2}{2}$

C $|ab| \leq |a| + |b|$ D $|ab| \leq a^2 - b^2$

Q2 Laquelle des propositions suivantes est la proposition correcte : deux nombres réels dont la somme est S et le produit est P sont solutions de l'équation

A $t^2 - St - P = 0$
B $t^2 + St + P = 0$
C $-t^2 + St - P = 0$
D $t^2 + St - P = 0$

Q3 Laquelle des propositions suivantes est la proposition correcte : la partie S ci-après est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$:

A $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / 2x - y = 0 \text{ et } z = 1\}$
B $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / y = z = 1\}$
C $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / x + y + z = 1\}$
D $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 / 2x + 3y - z = 0\}$

Q4 Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$; on considère les points $A = (1,2)$; $B = (-2,-1)$ et $M = (x,y)$. Laquelle des propositions suivantes est la proposition correcte : le point M est

A sur le cercle de diamètre $[AB]$ si $x^2 + y^2 + x - y = 4$
B sur le cercle de centre A et passant par B si $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 18$
C le milieu de $[AB]$ si $x = y = \dfrac{1}{2}$
D sur la droite passant par A et B si $y = 3x - 1$

Q5 Dans $\mathbb{C}$, on considère l'équation en « z » suivante : $z^3 - z^2 + (3+2i)z + (1-2i) = 0$. L'ensemble S des solutions est :

A $S = \{0, i, (1-2i)\}$
B $S = \{i, (1-2i)\}$
C $S = \{i, 1, (1-2i)\}$
D $S = \{-1, -i, (1-2i), 3\}$

Q6 Dans $\mathbb{C}$, on considère l'équation en « z » donnée par : $z^3 = 8$. L'ensemble S des solutions est :

A $S = \left\{2, \left(-\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right), \left(-\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)\right\}$
B $S = \left\{2, \left(-1 + i\sqrt{3}\right), \left(-1 - i\sqrt{3}\right)\right\}$
C $S = \{-1 + i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}, 1 - i\sqrt{3}\}$
D $S = \left\{2, \left(-1 + i\sqrt{3}\right), \left(-1 - i\sqrt{3}\right)\right\}$

Q7 Laquelle des propositions suivantes est la proposition correcte :

A Toute suite de nombres réels convergente est bornée
B Toute suite de nombres réels bornée est convergente
C Toute suite de nombres réels croissante est bornée
D Toute suite de nombres réels convergente est monotone

Q8 Laquelle des propositions suivantes est la proposition correcte : la suite

A $\left((\cos k)\ln\left(1 + \dfrac{\sin k}{k}\right)\right)_{k\geq 1}$ est divergente
B $\left(\ln\left(1 + \dfrac{\sin k}{k}\right)^k\right)_{k\geq 1}$ est convergente
C $\left(\ln\left(1 + \dfrac{\sin k}{k}\right)^k\right)_{k\geq 1}$ est bornée
D $\left(\ln\left(1 + \dfrac{\sin k}{k}\right)\right)_{k\geq 1}$ est divergente

Q9 Pour $a > 1$; on considère la fonction f donnée par $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-a}{x-a^3}}$. Laquelle des propositions suivantes est la proposition correcte :

A Le domaine D_f est $D_f = [a, a^3[$
B $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{x-a^3}}$; $\forall x \in]a^3, +\infty[$
C Le domaine D_f est $D_f =]a^3, +\infty[$
D $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{x-a^3}}$; $\forall x \in D_f$

Q10 $\lim\limits_{|x|\to 1} \dfrac{1 - 4\sin^2\left(\frac{\pi}{6}x\right)}{1-x^2}$ est

A $\dfrac{\sqrt{3}}{6}\pi$ B $\dfrac{1}{2}$ C n'existe pas D $\dfrac{\pi}{6}$

Q11 $\lim\limits_{|x|\to\infty} \dfrac{x - \sin x}{x + \cos x}$ est

A $\dfrac{1}{6}$ B π C 1 D n'existe pas

Q12 On considère la fonction f donnée par

$$f(x) = \begin{cases} 4\sqrt{1+x^2} & \text{si } x \leq 1 \\ \dfrac{x^2-1}{\sqrt{x^2+a^2} - \sqrt{x+a^2}} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

A Si $a = \pm\sqrt{3}$, la fonction f est continue en $x = 1$
B $\forall a \in \mathbb{R}$, la fonction f est discontinue en $x = 1$
C $\forall a \in \mathbb{R}$, la fonction f est continue en $x = 1$
D Si $a = \pm 1$, la fonction f est continue en $x = 1$

Q13 On considère f une fonction dérivable en un point a ; $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a-h)}{h}$ est

A $2f'(a)$ B $f'(a)$ C $f(a)$ D $f'(0)$

Q14 On considère f la fonction dérivable donnée par $f(x) = \dfrac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$.

A $f'(x) = \dfrac{\sqrt{1-x^2} + x\arcsin(x)}{(1-x^2)^2}$
B $f'(x) = \dfrac{1 - x^2 + x\arcsin(x)}{1-x^2}$
C $f'(x) = \dfrac{\sqrt{1-x^2} - x\arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}}$
D $f'(x) = \dfrac{\sqrt{1-x^2} + x\arcsin(x)}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$

Q15 Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$; on désigne par C_f la courbe de $f(x) = \sqrt{x}$, $x \in \mathbb{R}_+$ et C_g celle de $g(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}$. On note $\mathcal{A}$ l'aire géométrique de la région du plan délimitée par les droites d'équations $x = \dfrac{1}{2}$ et $x = 2$ et par les courbes C_f et C_g.

A $\mathcal{A} = \displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{2} \left(t^2 - \sqrt{t}\right) dt$
B $\mathcal{A} = \dfrac{27}{8} - \dfrac{3}{2}\sqrt{2}$
C $\mathcal{A} = \dfrac{21}{8} - \dfrac{7}{6}\sqrt{2}$
D $\mathcal{A} = \left|\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{2} \left(t^2 - \sqrt{t}\right) dt\right|$

Q16 La solution générale de l'équation différentielle

A $y'' - 4y' + 5y = 0$ est $y = ae^{2x} + be^{-2x}$
B $y'' - 5y' + 6y = 0$ est $y = a\cos 3x + b\sin 2x$
C $y'' - 6y' + 9y = 0$ est $y = (ax+b)e^{3x}$
D $y'' + 5y' + 6y = 0$ est $y = (a\cos 3x + b\sin 3x)e^{-2x}$

Q17 Un jeu de dominos comprend 28 pièces. Une des faces de chaque pièce compte deux cases. Sur chacune de ces deux cases est inscrit un chiffre compris entre 0 et 6. Un joueur tire une pièce. Pour $k = 0, 1, \ldots, 12$; on désigne par $P(k)$ la probabilité pour que la somme des chiffres sur ses cases soit exactement k.

A $P(6) = \dfrac{1}{7}$ B $P(12) = \dfrac{1}{14}$
C $P(3) = \dfrac{1}{28}$ D $P(8) = \dfrac{1}{7}$