ÉCOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUÉES DE KHOURIBGA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'entrée en 1re année · ENSA Khouribga

Année 2010–2011

2010

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
B	C	A	D	A	C	D	B	B	D	C	A	C	A

Q15	Q16	Q17
D	B	C

Q1 ✔ Réponse **B**

$2(a^2+b^2)-(a+b)^2=(a-b)^2\geq 0$. (A est faux pour $a=0$, $b=1$; C et D sont faux en général.)

Q2 ✔ Réponse **C**

Seule l'équation linéaire homogène $-3s-2t+x-y=0$ définit un sous-espace (les autres ne contiennent pas 0).

Q3 ✔ Réponse **A**

$|\overline{z}|=|z|$: N est sur le cercle de centre O passant par M (c'est le symétrique de M par rapport à l'axe Ox).

Q4 ✔ Réponse **D**

$2iz=2e^{i\pi/2}z$: $\overrightarrow{ON}$ est orthogonal à $\overrightarrow{OM}$ (et $ON=2OM$).

Q5 ✔ Réponse **A**

L'équation imprimée n'a pas 1 pour racine ($1+1-1+1=2$) : coquille probable pour $z^5+z^3-z^2-1=0$, qui se factorise en

$$(z^2+1)(z^3-1)=0,$$

de racines $\pm i$, 1 et $\dfrac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}$: réponse A.

Q6 ✔ Réponse **C**

Théorème de la limite monotone : toute suite croissante majorée converge.

Q7 ✔ Réponse **D**

$\left(\dfrac{\sin(-t)}{t}\right)^2=\left(\dfrac{\sin t}{t}\right)^2\to 1$. (A tend vers l'infini, B et C vers 0.)

Q8 ✔ Réponse **B**

Il faut $\dfrac{x-a}{a^3-x}>0$. Comme $a^3<a$, cela équivaut à $a^3<x<a$.

Q9 ✔ Réponse **B**

$1-2\cos^2\left(\frac{\pi x}{4}\right)=-\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)$. Près de $x=1$: $-\cos\frac{\pi x}{2}\sim\frac{\pi}{2}(x-1)$ et $1-x^2\sim-2(x-1)$. La limite vaut $-\dfrac{\pi}{4}$ (même valeur en -1 par parité).

Q10 ✔ Réponse **D**

Numérateur et dénominateur sont équivalents à x^2 : la limite vaut 1.

Q11 ✔ Réponse **C**

$\ln\dfrac{1+x^2}{5}$ s'annule en 2 ; la limite est sa dérivée en 2 : $\dfrac{2x}{1+x^2}=\dfrac{4}{5}$.

Q12 ✔ Réponse **A**

Hors d'un segment $[-A,A]$, f reste proche de ℓ ; sur le segment elle est continue donc bornée : f est bornée.

Q13 ✔ Réponse **C**

Avec $u=1+\sqrt{t}$, $u'=\dfrac{1}{2\sqrt{t}}$:

$$f'(t)=\frac{2u'\,(1-\ln u)}{u^2}=\frac{1-\ln\left(1+\sqrt{t}\right)}{\sqrt{t}\left(1+\sqrt{t}\right)^2}.$$

Q14 ✔ Réponse **A**

Avec $u=\ln(1+x^2)$, $u'=\dfrac{2x}{1+x^2}$: l'intégrande vaut $\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$, de primitive $\sqrt{u}$.

Q15 ✔ Réponse **D**

$\mathcal{A}=\displaystyle\int_{-a}^{a}|5ax-3ax|\,dx=2a\int_{-a}^{a}|x|\,dx=2a\cdot a^2=2a^3$.

Q16 ✔ Réponse **B**

$r^2-4r+13=0$: $r=2\pm 3i$, donc $y=e^{2x}(a\cos 3x+b\sin 3x)$.

Q17 ✔ Réponse **C**

L'information donnée est toujours vraie (deux des trois cartes sont perdantes) : elle ne change rien, $P=\dfrac{1}{3}$.