ÉCOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUÉES DE KHOURIBGA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'entrée en 1re année · ENSA Khouribga

Année 2010–2011

2010 Énoncé

Q1 Soient a et b deux nombres réels donnés. On a

A $(a-b)^2 \leq 2\left(a^2-b^2\right)$
B $(a+b)^2 \leq 2\left(a^2+b^2\right)$
C $|a-b| \leq |a|-|b|$
D $|a+b| \leq a+b$

Q2 La partie $\mathcal{E}$ ci-après est un espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$:

A $\mathcal{E}=\{(s,t,x,y)\in\mathbb{R}^4/\ 7s+t-x-2y=1\}$
B $\mathcal{E}=\{(s,t,x,y)\in\mathbb{R}^4/\ s=-5\}$
C $\mathcal{E}=\{(s,t,x,y)\in\mathbb{R}^4/\ -3s-2t+x-y=0\}$
D $\mathcal{E}=\{(s,t,x,y)\in\mathbb{R}^4/\ -5s-3t=8\}$

Q3 Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$; soit M le point d'affixe $z=x+iy\in\mathbb{C}$. Le point N d'affixe $\overline{z}\in\mathbb{C}$ est :

A sur le cercle centré à l'origine et passant par le point M
B le symétrique du point M par rapport à l'axe oy
C le symétrique du point M par rapport à l'origine
D sur la droite passant par l'origine et le point M.

Q4 Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$; soit M le point d'affixe $z=x+iy\in\mathbb{C}$. Le point N d'affixe $(2iz)\in\mathbb{C}$ est :

A sur le cercle centré en M et de rayon $|z|$
B sur la droite passant par l'origine et le point M
C sur le cercle centré à l'origine et passant par le point M
D sur la droite passant par l'origine et orthogonale à OM

Q5 L'équation en $z\in\mathbb{C}$, le corps des nombres complexes $z^5+z^3-z^2+1=0$ admet pour ensemble de solutions

A $S=\left\{1,i,-i,\frac{-1+i\sqrt{3}}{2},\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right\}$
B $S=\left\{1,i,-i,\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right\}$
C $S=\left\{i,-i,\frac{-1+i\sqrt{3}}{2},\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right\}$
D $S=\left\{1,i,\frac{-1+i\sqrt{3}}{2},\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right\}$

Q6 Toute suite de nombres réels

A majorée est convergente
B minorée est convergente
C croissante majorée est convergente
D croissante minorée est convergente

Q7 On a

A $\lim\limits_{t\to0}\dfrac{\sin t}{t^2}=1$
B $\lim\limits_{t\to0}\dfrac{\sin t^2}{t}=1$
C $\lim\limits_{t\to0}\dfrac{\sin^2 t}{t}=1$
D $\lim\limits_{t\to0}\left(\dfrac{\sin(-t)}{t}\right)^2=1$

Q8 Pour tout $0<a<1$; le domaine de la fonction $f(x)=\ln\left(\sqrt[3]{\dfrac{x-a}{a^3-x}}\right)$ est

A $D_f=[a^3,a[$ B $D_f=]a^3,a[$
C $D_f=]a^3,a]$ D $D_f=[a^3,a]$

Q9 On a $\lim\limits_{|x|\to1}\dfrac{1-2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}x\right)}{1-x^2}=$

A $+\infty$ B $\dfrac{-\pi}{4}$ C $-\infty$ D $\dfrac{\pi}{4}$

Q10 On a $\lim\limits_{|x|\to\infty}\dfrac{x^2+\cos^2 x}{x^2+\sin^2 x}=$

A $-\pi$ B π C -1 D 1

Q11 La fonction f définie par

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x-2}\ln\left(\dfrac{1+x^2}{5}\right) & \text{si } x\neq2\\ \ell & \text{si } x=2\end{cases}$$

est continue si

A $\ell=\dfrac{5}{4}$ B $\ell=\dfrac{-5}{4}$
C $\ell=\dfrac{4}{5}$ D $\ell=\dfrac{-4}{5}$

Q12 Toute fonction f continue sur $\mathbb{R}$ et vérifiant $\lim\limits_{|x|\to\infty}f(x)=\ell\in\mathbb{R}$ est nécessairement

A bornée
B majorée et non minorée
C non bornée
D minorée et non majorée

Q13 La dérivée $f'(t)$ de la fonction $f(t)=\dfrac{2\ln\left(1+\sqrt{t}\right)}{1+\sqrt{t}}$ est

A $f'(t)=\dfrac{1-\ln\left(1+\sqrt{t}\right)}{\sqrt{t}(1+t)}$
B $f'(t)=\dfrac{1-\ln\left(1+\sqrt{t}\right)}{2\left(1+\sqrt{t}\right)^2}$
C $f'(t)=\dfrac{1-\ln\left(1+\sqrt{t}\right)}{\sqrt{t}\left(1+\sqrt{t}\right)^2}$
D $f'(t)=\dfrac{1-\ln\left(1+\sqrt{t}\right)}{2(1+t)^2}$

Q14 La primitive $F(x)=\displaystyle\int\frac{x\,dx}{(1+x^2)\sqrt{\ln(1+x^2)}}$

A $F(x)=\sqrt{\ln\left(1+x^2\right)}+c$
B $F(x)=2x\sqrt{\ln\left(1+x^2\right)}+c$
C $F(x)=\sqrt{\ln|1+x|}+c$
D $F(x)=\sqrt{\ln(1+|x|)}+c$

Q15 Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$; pour tout $a>0$, l'aire géométrique $\mathcal{A}$ de la région délimitée par les quatre droites d'équations $x=-a$; $x=a$; $y=3ax$; et $y=5ax$ est

A $\mathcal{A}=2\sqrt{a}$ B $\mathcal{A}=2a$
C $\mathcal{A}=2a^2$ D $\mathcal{A}=2a^3$

Q16 La solution générale de l'équation différentielle homogène du second ordre

A $y''-2y'+2y=0$ est $y=(a\cos3x+b\sin2x)$
B $y''-4y'+13y=0$ est $y=e^{2x}(a\cos3x+b\sin3x)$
C $y''+y'+y=0$ est $y=ae^{2x}+be^{-2x}$
D $y''+5y'+6y=0$ est $y=(a\cos3x-b\sin3x)e^{-2x}$

Q17 Dans un jeu à trois cartes dont une est la gagnante ; un joueur tire une carte, sachant que nécessairement une des deux autres est une carte perdante ; la probabilité pour que la carte tirée soit la carte gagnante est

A $P=\dfrac{1}{2}$ B $P=\dfrac{2}{3}$
C $P=\dfrac{1}{3}$ D $P=1$