ÉCOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUÉES DE MARRAKECH · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSA Marrakech

Session du 8 août 2011

2011

Énoncé

Q1 Une seule des égalités suivantes est exacte :

A $\displaystyle\int_k^2 \ln\left(\frac{x-1}{x}\right)dx = -2\ln 2 + \ln(k-1)$ où $k \in]1;2[$

B $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^3 x\,dx = \frac{3\sqrt{3}}{11}$

C $\displaystyle\int_{-2}^{0}\left(|x+1| + \frac{4}{x-1}\right)dx = 1 - 4\ln 3$

D $\displaystyle\int_0^2 (x-2)e^{2x+1}\,dx = \frac{5}{4}e - \frac{13}{7}e^5$

Q2 Pour tout réel x, on pose $G(x) = \displaystyle\int_x^{2x} \frac{dt}{\sqrt{t^4+t^2+1}}$

A G est une fonction paire

B G est croissante sur $\left[0;\frac{1}{\sqrt{2}}\right]$

C G est croissante sur $\left[\frac{1}{\sqrt{2}};+\infty\right[$

D $\lim\limits_{x\to+\infty} G(x) = 1$

Q3 Une grandeur y décroît au cours du temps t selon la loi $y(t) = y_0 2^{-t}$, où y_0 désigne la valeur initiale en $t = 0$.
La valeur moyenne de y entre les instants 0 et T.

A $(1 - 2^{-T})$

B $T\ln 2$

C $\frac{y_0}{\ln 2}(1 - 2^{-T})$

D $\frac{y_0}{T\ln 2}(1 - 2^{-T})$

Q4 Soit la fonction $f(x) = \ln\left|e^x - e^{2x}\right|$

A La fonction f est strictement décroissante sur $]-\infty;0[$

B La fonction f est strictement croissante sur $\left]0;\frac{1}{2}\right[$

C $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$

D La droite d'équation $y = 3x$ est asymptote à la courbe C représentative de f quand $x \to +\infty$

Q5 En quel(s) points(s) la courbe $y = \sqrt{2x} + \sqrt{\frac{2}{x}}$ admet-elle une tangente parallèle à l'axe des abscisses ?

A aucun B $(2;3)$

C $(1;2\sqrt{2})$ D $(8;6)$

Q6 Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2}{x-1}e^{\frac{1}{x}}$

A La droite d'équation $y = x + 2$ est asymptote oblique à la courbe C représentative de f quand $x \to +\infty$

B La fonction f est strictement décroissante sur $]-\infty;0[$.

C f est impaire

D La fonction f est strictement croissante sur $]1;+\infty[$.

Q7 La contraposée de la proposition suivante :
$\forall x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R},\ x > y \Longrightarrow f(x) = f(y)$

A $\exists x \in \mathbb{R},\ \exists y \in \mathbb{R},\ f(x) = f(y)$ *ou* $x \le y$

B $\forall x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R},\ f(x) \neq f(y) \Longrightarrow x \le y$

C $\exists x \in \mathbb{R},\ \exists y \in \mathbb{R},\ f(x) = f(y)$ *et* $x \le y$

D $\forall x \in \mathbb{R},\ \forall y \in \mathbb{R},\ x > y \Longrightarrow f(x) \neq f(y)$

Q8 La négation de la proposition suivante :
$\forall a \in \mathbb{R},\ \forall b \in \mathbb{R},\ a \le b \Longrightarrow f(a) \ge f(b)$

A $\forall a \in \mathbb{R},\ \forall b \in \mathbb{R}/(a \le b \Longrightarrow f(a) \ge f(b)$

B $\exists a \in \mathbb{R},\ \exists b \in \mathbb{R}/(a \le b$ *ou* $f(a) < f(b)$

C $\exists a \in \mathbb{R},\ \exists b \in \mathbb{R}/(a \le b$ *et* $f(a) < f(b)$

D $\exists a \in \mathbb{R},\ \exists b \in \mathbb{R}/(a > b$ *et* $f(a) < f(b)$

Q9 On considère la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \ln(1+u_n) \end{cases}$

A $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n \le 0$

B la suite (u_n) est strictement croissante

C la suite (u_n) est décroissante

D $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n > 1$

Q10 L'ensemble S des solutions réelles du système suivant : $\begin{cases} 2^{\frac{1}{x}}2^{\frac{1}{y}} = 32 \\ 2^x 2^y = \sqrt[6]{32} \end{cases}$

A $S = \left\{\left(\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right);\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)\right\}$

B $S = \left\{\left(\frac{1}{5};\frac{1}{3}\right)\right\}$

C $S = \left\{\left(\frac{1}{5};\frac{2}{3}\right);\left(\frac{3}{4};\frac{1}{2}\right)\right\}$

D $S = \left\{\left(\frac{2}{3};\frac{1}{2}\right);\left(\frac{1}{4};\frac{3}{5}\right)\right\}$

Q11 En effectuant une division, déterminer les paramètres a et b pour que le polynôme $A = x^3 + ax + b$ soit divisible par $B = x^2 - 3x + 2$

A $a = 4$ et $b = 2$

B $a = 7$ et $b = 2$

C $a = 6$ et $b = -3$

D $a = -7$ et $b = 6$

Q12 Deux tireurs A et B font feu simultanément sur une cible. La probabilité pour A de toucher la cible est estimée à $\frac{4}{5}$; la probabilité pour B est de $\frac{3}{4}$.
La probabilité que la cible soit atteinte est :

A $\frac{7}{20}$ B $\frac{19}{20}$ C $\frac{12}{20}$ D $\frac{1}{20}$

Q13 Une urne contient y boules dont 3 sont blanches, les autres étant rouges. A l'occasion du tirage, sans remise, de deux boules, la probabilité d'obtenir une boule blanche puis une boule rouge est égale à $\frac{1}{4}$. Calculer y :

A $y = 8$

B $y = 12$

C $y = 4$ ou $y = 9$

D $y = 12$ ou $y = 8$

Q14 De combien de manières différentes un professeur peut-il choisir un ou plusieurs élèves parmi 6 ?

A 55 B 6 C 63 D 48

Q15 Le prix d'un article a subi trois baisses successives de 20%. De quel pourcentage ce prix a-t-il diminué au total ?

A 60% B 48,8%

C 44,6% D 52,5%