ÉCOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUÉES D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSA Oujda

Session du 24 juillet 2009

2009 — Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
C	A	A	B	B	B	AB	C	C	A

Q1 ✔ Réponse C

$\sqrt{b}-\sqrt{a}=\dfrac{b-a}{\sqrt{b}+\sqrt{a}}$. Si $1\le a<b$, $\sqrt{a}+\sqrt{b}>1$: C vraie. Pour a,b petits ($a=0{,}01$, $b=0{,}04$) : $0{,}1>0{,}03$, B fausse. A est fausse pour $a<1$.

Q2 ✔ Réponse A

$f(1)=1$ et $f'(x)=(1-2x^2)e^{1-x^2}$, $f'(1)=-1$. Il faut $a+b=1$ et $2a+b=-1$: seule solution $(a,b)=(-2,3)$.

Q3 ✔ Réponse A

Avec $s=\sin x$: $f(x)=1-s-2s^2=-(2s-1)(s+1)$. Comme $s+1\ge 0$ (et $f=0$ si $s=-1$) : $f(x)<0 \iff \sin x>\dfrac{1}{2}$.

Q4 ✔ Réponse B

Symétrie par rapport à $A(1,0)$: $f(2-x)=-f(x)$, soit $f(1+x)+f(1-x)=0$. En dérivant : $f'(1+x)-f'(1-x)=0$ (C fausse).

Q5 ✔ Réponse B

En $-\infty$, $f(x)\sim -\dfrac{e}{x}\to 0$: l'axe des abscisses est asymptote. En 0, $f\to 2e$; et

$$f'(x)=\frac{e\left[(2x-1)e^{2x}+1\right]}{x^2}.$$

Q6 ✔ Réponse B

$|z|^3=|z|$: $z=0$ ou $|z|=1$; dans ce cas $\overline{z}=\frac{1}{z}$ et $z^4=1$. Les solutions sont $0,1,i,-1,-i$. $\cos\theta-i\sin\theta=e^{-ik\pi/2}$ en fait partie. (A et C oublient des conditions ou la solution 0.)

Q7 ✔ Réponse AB

z' réel $\iff$ z réel ($z\neq 1$) : l'axe des réels privé du point 1. z' imaginaire pur décrit un cercle (privé d'un point) : B vraie. $|z'|=2 \iff |z+\frac{1}{2}|=|z-1|$: c'est une droite (médiatrice), C fausse.

Q8 ✔ Réponse C

Par parties : $I=\left[-\dfrac{\ln t}{t}\right]_1^e+\displaystyle\int_1^e\frac{dt}{t^2}=-\frac{1}{e}+\int_1^e\frac{dt}{t^2}$, d'où $I=1-\dfrac{2}{e}$ (B fausse).

Q9 ✔ Réponse C

$v_{n+1}=\ln 3+\frac{1}{2}\ln u_n-\ln 9=\frac{1}{2}v_n$: géométrique (pas arithmétique), $v_n\to 0$, donc $u_n\to 9$ (en croissant).

Q10 ✔ Réponse A

Identité du parallélogramme : la somme des carrés des quatre côtés égale celle des diagonales. Le système de B a une somme de poids nulle ; C donne $\overrightarrow{QN}\neq\vec{0}$.