ÉCOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUÉES D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSA Oujda

Session du 24 juillet 2009

2009

Énoncé

Q1 Les nombres a et b sont des réels non nuls. Alors :

- **A** $\forall a \in]0;+\infty[,\ \sqrt{a} < a < a^2$
- **B** Si $0 < a < b \leq 1$ alors $\sqrt{b} - \sqrt{a} < b - a$
- **C** Si $1 \leq a < b$ alors $\sqrt{b} - \sqrt{a} < b - a$

Q2 Les fonctions f et g sont définies par $f(x) = xe^{1-x^2}$ et $g(x) = ax^2 + bx$ admettent respectivement (C) et (Γ) pour courbes représentatives. On recherche tous les couples (a, b) de réels tels que (C) et (Γ) aient la même tangente au point d'abscisse 1.

- **A** Si (a, b) est une solution alors $a + b = 1$
- **B** Tout couple (a, b) tel que $2a + b = -1$ est solution
- **C** Le couple $(1, 0)$ est solution

Q3 Soit $f(x) = 2\cos^2 x - \sin x - 1$. On désigne par (E) l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < 0$.

- **A** $f(x) < 0 \iff \sin x > \dfrac{1}{2}$
- **B** $E = \left]\dfrac{\pi}{6}, +\infty\right[$
- **C** Si $x \in \left]\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{5\pi}{6}\right[$ alors $f(x) \geq 0$

Q4 Le plan (P) est muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative (C) est symétrique par rapport au point $A(1, 0)$. Alors :

- **A** $\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = f(2 - x)$
- **B** $\forall x \in \mathbb{R},\ f(1 + x) + f(1 - x) = 0$
- **C** $\forall x \in \mathbb{R},\ f'(1 + x) + f'(1 - x) = 0$

Q5 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{e^{2x+1} - e}{x}$, (C) sa courbe représentative et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{2x+1}$.

- **A** La limite en 0 de f est égale à e
- **B** L'axe des abscisses est asymptote à (C)
- **C** $\forall x \neq 0,\ f'(x) = \dfrac{e}{x^2}\left[(x-1)e^{2x} + 1\right]$

Q6 Soit l'équation (E), d'inconnue z, définie par $z^3 = \overline{z}$.

- **A** Si $|\alpha| = 1$ alors α est solution de (E).
- **B** Si $\theta = k\dfrac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$, alors $\cos\theta - i\sin\theta$ est solution de (E)
- **C** Les solutions de (E) sont les nombres α tels que $\alpha = 1$ ou $\alpha^4 = 1$

Q7 Soit f l'application qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe $z' = \dfrac{2z + 1}{z - 1}$

- **A** L'ensemble des points M tels que z' est réel est l'axe des réels
- **B** L'ensemble des points M tels que z' est imaginaire pur est contenu dans un cercle
- **C** L'ensemble des points M tels que $|z'| = 2$ est un cercle

Q8 On considère l'intégrale $I = \displaystyle\int_1^e \frac{\ln t}{t^2}\, dt$.

- **A** $I \leq \dfrac{1}{e^2}\displaystyle\int_1^e \ln t\, dt$
- **B** $I = 1 - \dfrac{2}{e^3}$
- **C** $I = -\dfrac{1}{e} + \displaystyle\int_1^e \frac{dt}{t^2}$

Q9 Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = 3\sqrt{u_n}$

- **A** La suite (u_n) est décroissante
- **B** La suite (v_n) définie par $v_n = \ln u_n - \ln 9$ est une suite arithmétique
- **C** La limite en $+\infty$ de (u_n) est 9

Q10 Quatre points M, N, P et Q distincts forment un parallélogramme $MNPQ$ dont les diagonales se coupent en O. Alors :

- **A** $2\left(MN^2 + MQ^2\right) = NQ^2 + MP^2$
- **B** N est le barycentre de $\{(M, 1), (P, 1), (Q, -2)\}$
- **C** $\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{MN} = \vec{0}$