ÉCOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUÉES DE OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSA Oujda

Session du mercredi 1er août 2012

2012

Énoncé

Q1 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par $f(x) = \ln(e^x + x) - x$ la dérivée de f est :

- A $f'(x) = \dfrac{1}{e^x + x}$
- B $f'(x) = \dfrac{e^x}{e^x + x}$
- C $f'(x) = \dfrac{1 - x}{e^x + x}$
- D $f'(x) = \dfrac{e^x}{\ln(e^x + x)} - 1$

Q2 On considère l'équation différentielle $(E) : y'' - 5y' + 4y = 0$, alors la solution de (E) s'écrit sous la forme :

- A $y = \lambda e^t + \mu e^{4t}$.
- B $y = \lambda e^{-t} + \mu e^{2t}$.
- C $y = e^t(\lambda \cos(4t) + \mu \sin(4t))$.
- D $y = (\lambda t + \mu)e^{4t}$.

Q3 L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.
Pour tout réel t de l'intervalle $[-\pi, \pi[$, l'ensemble Γ_t des point $M(x, y, z)$ vérifiant l'équation :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2tx - 2y\sin t + 2z + t^2 + \sin^2 t - 1 = 0$$

- A Est une sphère de centre $\Omega(t, t, 1)$ et de rayon $R = 2$.
- B Est une sphère de centre $\Omega(0, 0, -1)$ et de rayon $R = \sqrt{2}$.
- C Est un cercle de centre $\Omega(t, t, 1)$ et de rayon $R = 2$.
- D Est une sphère de centre $\Omega(t, \sin t, -1)$ et de rayon $R = \sqrt{2}$.

Q4 L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.
Soient (P) et (P') les plans d'équations respectives $x + 2y - z + 1 = 0$ et $-x + y + z = 0$.
Les plans (P) et (P') sont :

- A Sécants mais ils ne sont pas perpendiculaires.
- B Perpendiculaires.
- C Strictement parallèles.
- D Confondus.

Q5 Soit n un entier naturel :

- A $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = 0$
- B $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = -1$
- C $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = 1$
- D $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}(-1)^k C_n^k = -2$

Q6 Dans l'espace $\mathcal{E}$ on donne un tétraèdre $OABC$. Soit G le barycentre du système de points pondérés
$S = \{(O, 3), (A, 1), (B, 1), (C, 1)\}$
L'ensemble Γ des points M tels que :
$\|3\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 5$ est :

- A Le triangle ABC
- B Un cercle de centre G et de rayon 5
- C Cube de côté $\dfrac{5}{6}$
- D Sphère de centre G et de rayon $\dfrac{5}{6}$.

Q7 Soit $p(x)$ un polynôme du troisième degré tel que 2 et -3 sont ses racines.
$p(x)$ peut se mettre sous la forme :

- A $(x + 2)(x - 3)(ax + b)$.
- B $(x + 2)(x - 3)(ax^2 + bx + c)$.
- C $(x - 2)(x + 3)(ax + b)$.
- D $(x - 2)(x + 3)(ax^2 + bx + c)$.

Q8 Pour $(a, b) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ avec : $a > b > 0$.
La limite en $+\infty$ de la fonction $\left(\dfrac{a^x + b^x}{2}\right)^{\frac{1}{x}}$ est égale à :

- A $\dfrac{1}{2}$
- B $\ln\left(\dfrac{1}{2}\right)$
- C a
- D $+\infty$

Q9 Soient x et y deux réels strictement positifs.
On pose $a = \dfrac{x + y}{2}$; $b = \sqrt{xy}$;
$c = \sqrt{\dfrac{1}{2}(x^2 + y^2)}$ alors

- A $a \leq b \leq c$
- B $b \leq a \leq c$
- C $a \leq c \leq b$
- D $c \leq a \leq b$

Q10 La limite $\displaystyle\lim_{x \to \frac{\pi}{2}+} \frac{1 + \cos(x)}{x \sin(x)}$ vaut

- A 0
- B -2
- C $\dfrac{1}{2}$
- D $+\infty$

Q11 La limite de la suite $\dfrac{1 + 2 + 3 + \cdots + n}{n^2}$ est :

- A 0
- B $\dfrac{1}{2}$
- C 2
- D $+\infty$

Q12 Pour tout $a, b > 0$, on a :

- A $\dfrac{1}{2}(\ln a + \ln b) = \ln\dfrac{a + b}{2}$
- B $\dfrac{1}{2}(\ln a + \ln b) > \ln\dfrac{a + b}{2}$
- C $\dfrac{1}{2}(\ln a + \ln b) \leq \ln\dfrac{a + b}{2}$
- D $\dfrac{1}{2}(\ln a + \ln b) \geq \ln\dfrac{a + b}{2}$

Q13 Soit $I = \displaystyle\int_0^{\pi} \cos(x) \cdot e^{-x}\, dx$

- A $I = 0$
- B $I = -1$
- C $I = e^{-\pi} + 1$
- D $I = \dfrac{e^{-\pi} + 1}{2}$

Q14 Un sac contient 3 boules blanches, 4 boules noires et 1 boule rouge, indiscernables au toucher. On tire, au hasard, successivement, trois boules du sac, en remettant chaque boule tirée dans le sac avant le tirage suivant. La probabilité de tirer trois boules noires est :

- A $\dfrac{C_3^4}{C_3^8}$
- B $\dfrac{9}{8}$
- C $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3$
- D $\dfrac{4 \times 3 \times 2}{8 \times 7 \times 6}$

Q15 Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on désigne par A et B les deux points d'affixes respectives -1 et $-i$.
L'ensemble des points M d'affixe z telle que $\dfrac{z + i}{z + 1}$ soit un imaginaire pur est :

- A La droite (AB) privée du point A.
- B Le cercle de diamètre $[AB]$ privé du point A.
- C Le segment $[AB]$ privé du point A.
- D La médiatrice du segment $[AB]$.

Q16 Soient A et B deux évènements tels que : $p(A \cup B) = 0{,}8$, $p(A) = 0{,}6$ et $p(B) = 0{,}3$:

- A $p_A(B) = \dfrac{1}{6}$
- B $p_B(A) = \dfrac{1}{6}$
- C $p(A \cap B) = \dfrac{1}{6}$
- D A et B sont indépendants

Q17 On considère les nombres complexes : $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 2 + i$ et $z_3 = \dfrac{1}{z_1} + \dfrac{1}{z_2}$, la forme algébrique du nombre complexe z_3 est :

- A $z_3 = \dfrac{3}{5} - \dfrac{1}{5}i$
- B $z_3 = \dfrac{3}{5} + \dfrac{1}{5}i$
- C $z_3 = \dfrac{1}{5} - \dfrac{3}{5}i$
- D $z_3 = \dfrac{1}{5} + \dfrac{3}{5}i$

Q18 La courbe de la fonction définie sur $]0, 1[\cup]1, +\infty[$ par : $f(x) = 2x - \dfrac{\ln(\sqrt{x}) - 1}{\ln(\sqrt{x})}$ admet pour asymptote la droite d'équation :

- A $y = 2x + 1$
- B $x = 2$
- C $y = 2$
- D $y = 2x - 1$

Q19 La négation de l'assertion :
$\forall x \in I,\ \forall y \in I,\ f(x) = f(y) \Longrightarrow x = y$ est :

- A $\exists x \in I,\ \exists y \in I,\ f(x) = f(y)$ et $x \neq y$.
- B $\exists x \notin I,\ \exists y \notin I,\ f(x) \neq f(y) \Longrightarrow x = y$.
- C $\exists x \in I,\ \exists y \in I,\ f(x) = f(y)$ ou $x \neq y$.
- D $\exists x \in I,\ \exists y \in I,\ f(x) \neq f(y)$ et $x \neq y$.

Q20 Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{2x} - (x + 1)e^x$ alors :

- A $\displaystyle\int_{-4}^{0} f(x)\, dx = e^{-8} + 3e^{-4}$.
- B $\displaystyle\int_{-4}^{0} f(x)\, dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-8} - 4e^{-4}$.
- C $\displaystyle\int_{-4}^{0} f(x)\, dx = 5e^{-4} - 1$.
- D $\displaystyle\int_{-4}^{0} f(x)\, dx = 1 + e^{-8} + 2e^{-4}$.