ÉCOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUÉES DE SAFI · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSA Safi

Date : 23/07/2010

2010

Correction

Q1	Q2	Q3.1	Q3.2	Q3.3	Q4	Q5	Q6.1	Q6.2	Q6.3	Q7	Q8	Q9	Q10
A	D	B	C	A	D	D	A	A	D	D	A	D	B

Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16
C	B	A	AD	A	A

Q1 ✔ Réponse A

$2^x = e^{x\ln 2}$ l'emporte sur $\ln(x^2+1) \sim 2\ln x$: la limite est $+\infty$.

Q2 ✔ Réponse D

$$f(x) \sim \frac{-2x^3}{8x^3} = -\frac{1}{4}.$$

Q3.1 ✔ Réponse B

En divisant par $\cos 3x$: $f(x) = \dfrac{1-\tan 3x}{1+\tan 3x} = \tan\left(\dfrac{\pi}{4} - 3x\right)$, de période $\dfrac{\pi}{3}$.

Q3.2 ✔ Réponse C

$f\left(x+\frac{\pi}{12}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{4} - 3x - \frac{\pi}{4}\right) = \tan(-3x) = -\tan 3x.$

Q3.3 ✔ Réponse A

Avec $c = \cos 3x$, $s = \sin 3x$:

$$f'(x) = \frac{-3(s+c)(c+s) - 3(c-s)(c-s)}{(c+s)^2} = \frac{-3\cdot 2}{(c+s)^2} = -\frac{6}{(\cos 3x + \sin 3x)^2}.$$

Q4 ✔ Réponse D

$(e^x-3)(e^x+1) = 0$ et $e^x > 0$: $e^x = 3$, $x = \ln 3$.

Q5 ✔ Réponse D

$e^x - 1$ a le signe de x, $1-x$ celui de $1-x$: le produit est ≥ 0 sur $[0;1]$.

Q6.1 ✔ Réponse A

$$u_0 + u_1 = \int_0^1 \frac{1+e^{-x}}{1+e^{-x}}\,dx = 1.$$

Q6.2 ✔ Réponse A

$$u_n + u_{n+1} = \int_0^1 \frac{e^{-nx}(1+e^{-x})}{1+e^{-x}}\,dx = \int_0^1 e^{-nx}\,dx = \frac{1-e^{-n}}{n}.$$

Q6.3 ✔ Réponse D

$$0 \leq u_n \leq \int_0^1 e^{-nx}\,dx = \frac{1-e^{-n}}{n} \to 0.$$

Q7 ✔ Réponse D

Une primitive de $(x+2)e^{-x}$ est $-(x+3)e^{-x}$:

$$\left[-(x+3)e^{-x}\right]_0^2 = -5e^{-2} + 3.$$

Q8 ✔ Réponse A

$f(1) = 3$ et $f'(x) = \dfrac{3}{x} - 2$, $f'(1) = 1$: $y = (x-1) + 3 = x + 2$.

Q9 ✔ Réponse D

Avec $s = a+b+c$ et $C_1 \leftarrow C_1 - C_3$, $C_2 \leftarrow C_2 - C_3$:

$$\begin{vmatrix} -s & 0 & 2a \\ 0 & -s & 2b \\ 0 & 0 & s \end{vmatrix} = (-s)(-s)(s) = s^3.$$

Q10 ✔ Réponse B

$\ln(e^x) = x$, donc $x = -3$. (A, C demandent $x > 0$; $e^x > 0$.)

Q11 ✔ Réponse C

$p(A \cup B) = 0{,}5 + 0{,}2 - 0{,}5 \times 0{,}2 = 0{,}6.$

Q12 ✔ Réponse B

$p(S \cap G) = 0{,}75 \times 0{,}4 = 0{,}3$ et $p_S(G) = \dfrac{0{,}3}{0{,}5} = 0{,}6.$

Q13 ✔ Réponse A

$$p(1 \leq X \leq 3) = \int_1^3 \lambda e^{-\lambda t}\,dt = e^{-\lambda} - e^{-3\lambda}.$$

Q14 ✔ Réponse AD

Les solutions sont $u(x) = (x+C)e^{-x}$: xe^{-x} ($C=0$) et $(x-1)e^{-x}$ ($C=-1$) conviennent toutes les deux.

Q15 ✔ Réponse A

Telle qu'imprimée, $y'' - 25y = 0$ a des solutions exponentielles $ae^{5x} + be^{-5x}$, et aucune proposition ne convient. Les propositions correspondent à $y'' + 25y = 0$ (coquille probable) : $f = a\cos 5x + b\sin 5x$, $f(\pi) = -a = -\sqrt{3}$ et $f'(\pi) = -5b = 5$, d'où $f(x) = \sqrt{3}\cos 5x - \sin 5x$.

Q16 ✔ Réponse A

$f_k'(x) = (1-x-k)e^{-x}$: positive puis négative, f_k admet un maximum en $x = 1-k$.