ÉCOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUÉES DE TANGER · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'entrée en 1re année du cycle préparatoire · ENSA Tanger

Tanger, le 08/08/2011

2011

Énoncé

Q1 Soient z_1, z_2 deux nombres complexes. On suppose que : $|z_1| = |z_2| = 1$ et $|2 + z_1 z_2| = 1$. Alors $z_1.z_2 =$

A 0 B -1 C $+1$

Q2 Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Alors $\forall n \in \mathbb{N}$, $A^n =$

A $\begin{pmatrix} 1 & 2n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix} 1 & 2^n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ C $\begin{pmatrix} 1 & n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Q3 Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; alors $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $A^n =$

A $\begin{pmatrix} 2^{n+1}-1 & 2^n-1 \\ 2-2^{n+1} & 2-2^n \end{pmatrix}$

B $\begin{pmatrix} 2^n-1 & 2^n-1 \\ 2-2^{n+1} & 2-2^n \end{pmatrix}$

C $\begin{pmatrix} 2^{n+1}-1 & 2^n-1 \\ 1-2^{n+1} & 2-2^n \end{pmatrix}$

Q4 Soient a et b deux nombres complexes tels que $a \neq b$, et $|a| = 1$. Alors, on a

A $\left|\dfrac{a-b}{1-\overline{a}b}\right| = 1$

B $\left|\dfrac{a-b}{1-\overline{a}b}\right| = |ab|$

C $\left|\dfrac{a-b}{1-\overline{a}b}\right| = \left|\overline{ab}\right|$

Q5 Si $|a| = |b| = |c| = 1$, alors : $|ab + bc + ca| =$

A $|abc|$ B $|a+b+c|$ C $\left|\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}\right|$

Q6 La somme de la série $\displaystyle\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k!}$ est :

A $+\infty$

B e

C $\mathrm{Log}\, e$ (e : nombre d'Euler)

Q7 $\displaystyle\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{2\cos x - \sqrt{2}} =$

A $-\sqrt{2}$ B $+\sqrt{2}$ C 1

Q8 $\displaystyle\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{cotan} x}{x - \frac{\pi}{2}}$

A -1 B $+1$ C 0

Q9

A $\displaystyle\lim_{x \to 3} \frac{x^4 - 81}{x - 3} = 108$

B $\displaystyle\lim_{x \to 3} \frac{x^4 - 81}{x - 3} = 0$

C $\displaystyle\lim_{x \to 3} \frac{x^4 - 81}{x - 3} = 1$

Q10

A $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \left(x^2 \ln x\right) = 1$

B $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \left(x^2 \ln x\right) = -\infty$

C $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \left(x^2 \ln x\right) = 0$

Q11

A $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2}{e^x} = 0$

B $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2}{e^x} = 1$

C $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2}{e^x} = 2$

Q12

A $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 1$

B $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$

C $\displaystyle\lim_{n \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = +\infty$

Q13

A $\tan(a+b) = \dfrac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$

B $\tan(a+b) = \dfrac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$

C $\tan(a+b) = \dfrac{\tan a + \tan b}{1 + \tan a \tan b}$

Q14

A $\tan(a-b) = \dfrac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$

B $\tan(a-b) = \dfrac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$

C $\tan(a-b) = \dfrac{\tan a - \tan b}{1 - \tan a \tan b}$

Q15 La dérivée première de $\arctan 3x^2$ est :

A $\dfrac{6x}{1+9x^4}$ B $\dfrac{6x}{1+x^4}$ C $\dfrac{6x}{1-9x^4}$

Q16 Pour calculer la dérivée première de la fonction $y = (x^2+2)^2 (1-x^3)^4$, on utilise la dérivation logarithmique et on obtient :

A $y' = 6x(x^2+2)^2(1-x^3)^3(1-4x-3x^3)$

B $y' = 6x(x^2+2)^2(1-x^3)^3(1-4x-3x^2)$

C $y' = x(x^2+2)^2(1-x^3)^3(1-4x-3x^3)$

Q17 Soit $f(x) = \dfrac{2}{1-x}$. Alors $f^{(n)}(x) =$

A $2(n!)(1-x)^{-n}$

B $2(n!)(1-x)^{-(n+1)}$

C $(n!)(1-x)^{-(n+1)}$

Q18 Trouver y' à partir de l'équation $xy + x - 2y - 1 = 0$:

A $y' = \dfrac{1+y}{1-x}$

B $y' = \dfrac{1+y}{2-x}$

C $y' = \dfrac{1+y}{2+x}$

Q19 Évaluation de l'intégrale $I = \displaystyle\int \sin^2 x\, dx$:

A $I = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{4}\sin 2x + C$, C constante.

B $I = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{2}\sin 2x + C$, C constante.

C $I = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{4}\sin 2x + C$, C constante.

Q20 Évaluation de l'intégrale $I = \displaystyle\int \frac{dx}{x^2-4}$:

A $I = \dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{x-2}{x+2}\right| + C$, C constante.

B $I = \dfrac{1}{4}\ln\left|\dfrac{x+2}{x-2}\right| + C$, C constante.

C $I = \dfrac{1}{4}\ln\left|\dfrac{x-2}{x+2}\right| + C$, C constante.

Q21

A $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

B $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n-1)}{2}$

C $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$

Q22

A $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

B $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$

C $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+2)}{6}$

Q23

A $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(2n+1)}{2}\right)^2$

B $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^3$

C $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

Q24 L'aire $\mathcal{A}$ de la région délimitée par la courbe $y = x^2$, la droite $y = \dfrac{-x}{2}$ et la droite $x = 3$ est :

A $\mathcal{A} = \dfrac{45}{4}$ B $\mathcal{A} = \dfrac{45}{2}$ C $\mathcal{A} = 45$

Q25 Le nombre d'Euler e correspond à :

A $e = 2{,}71628$

B $e = 2{,}717828$

C $e = 2{,}71828$