ÉCOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUÉES DE TANGER · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSA Tanger

Édition 2012

2012

Énoncé

Q1 Soit L une liste finie d'entiers relatifs **consécutifs** dont le premier terme est -15.
$L = \{-15, -14, \dots\}$. Si la somme de tous les éléments de L est égale à 51 alors **le nombre total des termes** de liste L est égale

A 34 B 50 C 18

Q2 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(-1)^n 3^{n+1}}{\pi^n} =$

A 3 B 0 C $\dfrac{3}{\pi}$

Q3 Soit $Z_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{e^{k-1}}{\pi^{k+1}}$; alors
$\lim\limits_{n\to\infty} Z_n =$

A $+\infty$ B $\dfrac{1}{\pi(\pi-e)}$ C $\dfrac{1}{\pi-e}$

Q4 Une entreprise de fabrication de mixeurs a adopté pour l'année 2012 la stratégie de production suivante : la production connaitre une diminution mensuelle de 10% ; mais grâce à une commande destinée à l'export, l'entreprise produira chaque mois 150 mixeurs de plus.
On note à présent par t_n la production de l'usine relative au moins $N^\circ\, n$.
L'expression reliant t_{n+1} et t_n est donnée par

A $t_{n+1} = 0{,}1\, t_n - 150$
B $t_{n+1} = 0{,}9\, t_n + 150$
C $t_{n+1} = 0{,}1\, t_n$

Q5 suite de la question 4).
A Long terme la production mensuelle des mixeurs est estimée à $P =$

A $P = 10$ mixeurs
B $P = 90$ mixeurs
C $P = 1500$ mixeurs

Q6 Soit $(u_n)_{n\geq 0}$ une suite nulmérique à termes strictement positifs $(u_n > 0)$ vérifiant
$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{1}{2}$, Alors $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = L$ avec

A $L = \dfrac{1}{2}$ B $L = 0$ C $0 < L < \dfrac{1}{2}$

Q7 Soit $T_n = \sum\limits_{p=1}^{n} 2^{\frac{1}{2p-1}} - 2^{\frac{1}{2p+1}}$; alors
$\lim\limits_{n\to\infty} T_n =$

A 1 B 0 C $+\infty$

Q8 On considère la courbe représentative de la fonction $f(x) = e^{-x^2}$. On désigne par $R(x)$, $x > 0$ le rectangle symétrique inscrit à l'intérieur de la courbe et dont l'un des côtés est le segment d'extrémités $(-x, 0)$ et $(x, 0)$. La surface maximale de ce rectangle est égale à

A $\sqrt{2e}$ B $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ C $\sqrt{\dfrac{2}{e}}$

Q9 $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sin \pi x}{1 - \cos\sqrt{\pi x}} =$

A 0 B 2 C $\sqrt{\pi}$

Q10 $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{1}{h} \displaystyle\int_e^{e+h} \dfrac{1}{(\ln x)^2}\, dx =$

A 1 B e C 0

Q11 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln \dfrac{1+\sin x}{1+\cos x}\, dx =$

A $\dfrac{\sqrt{\pi}}{\pi}$ B 0 C $\ln \pi$

Q12 $\displaystyle\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \dfrac{dx}{4x^2+4x+5}$

A $\dfrac{\pi}{16}$ B $\dfrac{\pi\sqrt{3}}{18}$ C $\dfrac{\sqrt{\pi}}{6}$

Q13 La surface formée par la courbe de $f(x) = (\ln x)^2$ et par les droites $x = 1$ et $x = e$ est égale

A e B $3e - 2$ C $e - 2$

Q14 Soit $(V_n)_{n\geq 3}$ la suite définie par $V_n = \displaystyle\int_e^n \dfrac{1}{x\sqrt{(\ln x)^3}}\, dx$. Alors $\lim\limits_{n\to\infty} V_n =$

A $\dfrac{1}{2}$ B $+\infty$ C $\dfrac{2}{\sqrt{e}}$

Q15 Soit $g(x) = \displaystyle\int_1^{\tan x} \dfrac{1}{\arctan u}\, du$, alors la tangente à la courbe de g en $x = \dfrac{\pi}{4}$ admet pour équation

A $y = \dfrac{8}{\pi}x - 2$
B $y = \dfrac{\pi}{4}(x-1)$
C $y = \dfrac{\pi}{2}x - 1$

Q16 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{dx}{\cos^2 x + 4\sin^2 x} =$

A $\dfrac{\ln 2}{2}$ B $\dfrac{1}{2}\arctan 2$ C $\dfrac{1}{2}$

Q17 $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(n!)^2}{(2n)!} =$

A 0 B $\dfrac{1}{2}$ C $+\infty$

Q18 Soit $B = \{u, v, w\}$ une base de $(\mathbb{R}^3, +, .)$. On considère les familles suivantes
- $E = \{u+v, v+w, u+w\}$
- $N = \{u, v, u+w\}$
- $S = \{-u, v+w, v-u+w\}$
- $A = \{u-v-w, u+v+w, u\}$

Alors laquelle (ou lesquelles) des familles forme une base ?

A Toutes les 4
B Seulement E
C Seulement E et N

Q19 Soit
$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + 2y = 0\}$.
Lequel des systèmes suivants forme une base pour E ?

A $\{(-2, 1, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 1)\}$
B $\{(-2, 1, 0); (0, 0, 1)\}$
C $\{(-2, 1, 0)\}$

Q20 On considère les ensembles suivants
- $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + yz = 0\}$
- $N = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / xyz = 0\}$
- $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / z = 2\}$
- $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y = z\}$

Lesquels parmi ces ensembles sont des sous espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$?

A Seulement A
B Seulement A et N
C Tous E, N, S et A

Q21 Soit A une matrice carrée d'ordre n vérifiant $A^2 = 2I_n - A$ (I_n est la matrice identité)
On considère les égalités suivantes
- (I) $\det A = 0$
- (II) $A^{-1} = \dfrac{1}{2}(A + I_n)$
- (III) $\det A \neq 0$
- (IV) $A^{-1} = 2I_n + A$
- (V) $\det(A + I_n) = \dfrac{2}{\det A}$

Alors

A Seulement (I) et (IV) sont vraies
B Seulement (II), (III) et (V) sont vraies
C Seulement (III), (IV) et (V) sont vraies

Q22 $\sqrt{12345^2 - 12343 \times 12347} =$

A 4 B 2 C 42

Q23 $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{2}\right)\left(\sqrt[4]{2}\right)\left(\sqrt[8]{2}\right)\dots\left(\sqrt[2^n]{2}\right) =$

A 1 B 2 C $\sqrt{2}$

Q24 Si $\displaystyle\int_0^x h(t)\, dt = x\arctan x$ alors $h(1) =$

A $\dfrac{1}{2}$ B $\dfrac{\pi}{4}$ C $\dfrac{\pi+2}{4}$

Q25 $\displaystyle\int \dfrac{dx}{\tan^3 x}$ (K une constante)

A $-\left[\dfrac{1}{2\sin^2 x} + \ln|\sin x|\right] + K$
B $-\dfrac{1}{2\tan^2 x} + K$
C $\dfrac{1}{2\arctan^2 x} + K$