ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès au cycle préparatoire · ENSC Kénitra

Session de septembre 2019

2019

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
C	B	A	C	C	D	C	D	B	B	C	C	A	D

Q1 ✔ Réponse C

Par récurrence $u_n \geq 1$ ($u_0 = 1$ et $u_{n+1} \geq u_n$). Alors $u_{n+1} = u_n(1+u_n) \geq 2u_n$. ($u_1 = 2$: A, B, D sont faux.)

Q2 ✔ Réponse B

De $u_{n+1} \geq 2u_n$ et $u_0 = 1$: $u_n \geq 2^n$, donc $u_n \to +\infty$.

Q3 ✔ Réponse A

$|a|^2 = (\sqrt{3}-1)^2 + (\sqrt{3}+1)^2 = 8$, $|a| = 2\sqrt{2}$.

$\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \cos\dfrac{5\pi}{12}$ et $\sin\theta > 0$: $\arg a = \dfrac{5\pi}{12}$, donc $\arg a^2 = \dfrac{5\pi}{6}$ ($|a^2| = 8$).

Q4 ✔ Réponse C

$2+2i = 2\sqrt{2}e^{i\pi/4}$, donc $u = \dfrac{2\sqrt{2}e^{5i\pi/12}}{2\sqrt{2}e^{i\pi/4}} = e^{i\pi/6}$ ($u^2 = e^{i\pi/3}$, $|u| = 1$).

Q5 ✔ Réponse C

$z = 2e^{-i\pi/6}$ et $1+i = \sqrt{2}e^{i\pi/4}$: $z' = 2\sqrt{2}e^{i\pi/12}$. Par ailleurs $z' = (\sqrt{3}+1) + i(\sqrt{3}-1)$ (A faux) et $\cos\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ (D faux).

Q6 ✔ Réponse D

$$p(A) = \binom{6}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{20}{64} = \frac{5}{16}.$$

Q7 ✔ Réponse C

$\binom{10}{2} = 45$ tirages. Valeurs : $BB = 10$, $BR = 7$ (12 tirages), $BV = 4$ (12), $RR = 4$ (3), $RV = 1$ (9), $VV = -2$ (3).

$p(X<0) = \dfrac{3}{45} = \dfrac{1}{15}$. ($p(X=7) = \frac{4}{15}$, $p(X=4) = \frac{1}{3}$, $p(X \geq 1) = \frac{14}{15}$.)

Q8 ✔ Réponse D

$f(x) - (x+1) = \dfrac{\ln x}{x^2} \to 0$ en $+\infty$. En 0^+, $f \to -\infty$;

$f'(x) = 1 + \dfrac{1-2\ln x}{x^3} = \dfrac{x^3+1-2\ln x}{x^3}$ (C faux).

Q9 ✔ Réponse B

En 1^+, $\dfrac{x+1}{x-1} \to +\infty$: $g \to +\infty$. g est impaire, tend vers $+\infty$ en $+\infty$, et $g'(x) = \dfrac{x^2-3}{x^2-1}$ s'annule en $\pm\sqrt{3}$ (deux solutions).

Q10 ✔ Réponse B

$|x\sin(1/x)| \leq |x| \to 0$. (A : la limite vaut -1 ; C : 0 ; D : $\frac{e^{x^2}-1}{x} \sim x \to 0$.)

Q11 ✔ Réponse C

$f'(x) = e^{-2x}(1-2(x+1)) = -(2x+1)e^{-2x}$: f croissante sur $]-\infty, -\frac{1}{2}[$. En $-\infty$: $(x+1) \to -\infty$ et $e^{-2x} \to +\infty$, d'où $-\infty$. En $+\infty$, $f \to 0$.

Q12 ✔ Réponse C

$\displaystyle\int_0^\pi t\cos t\,dt = [t\sin t + \cos t]_0^\pi = -1 - 1 = -2$. (A vaut $\frac{1}{2}$, B vaut $\ln 2$, D vaut π.)

Q13 ✔ Réponse A

$\dfrac{n+1}{n} > 1$, donc $u_n > 0$. ($u_{n+1} - u_n = \ln\frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$, $v_n = \ln(n+1)$ par télescopage, $u_n \to 0$.)

Q14 ✔ Réponse D

Par récurrence $u_n > 0$, et $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = e^{-u_n} \leq 1$: la suite est décroissante, non géométrique.