ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès au cycle préparatoire · ENSC Kénitra

Session de septembre 2019

2019

Énoncé

On considère la suite numérique $(u_n)_n$ définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n(1 + u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

Q1

A $(\forall n \in \mathbb{N}),\ u_n < 1$

B $(u_n)_n$ est décroissante

C $u_{n+1} \geq 2u_n,\ (\forall n \in \mathbb{N})$

D $(\forall n \in \mathbb{N}),\ u_n^2 < u_n$

Q2

A $(\forall n \in \mathbb{N}),\ u_n < 2^n$

B $(\forall n \in \mathbb{N}),\ u_n \geq 2^n$

C $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

D $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$

Soient les nombres complexes : $a = (\sqrt{3}-1) + (\sqrt{3}+1)i$ et $u = \dfrac{a}{2+2i}$.

Q3

A $\arg\left(a^2\right) \equiv \dfrac{5\pi}{6}\ [2\pi]$

B $\left|a^2\right| = 4$

C $\arg(a) \equiv \dfrac{5\pi}{3}\ [2\pi]$

D $|a| = 2$

Q4

A $u^2 = e^{i\frac{5\pi}{6}}$

B $\arg(u) \equiv -\dfrac{5\pi}{6}\ [2\pi]$

C $u = e^{i\frac{\pi}{6}}$

D $|u| = 4$

Q5 Soient z et z' deux nombres complexes tels que $z = \sqrt{3} - i$ et $z' = (1+i)z$

A $z' = \left(\sqrt{3}-1\right) + i\left(\sqrt{3}+1\right)$

B $z = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$

C $z' = 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)\right)$

D $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

Q6 On lance 6 fois de suite une même pièce de monnaie. On considère l'événement A : « Obtenir exactement trois fois « face » ». $p(A)$ est égale à :

A $\dfrac{5}{8}$ B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{1}{32}$ D $\dfrac{5}{16}$

Q7 Une boite contient 10 boules : 4 blanches, 3 rouges et 3 vertes (toutes les boules sont indiscernables au toucher). Le tirage d'une boule blanche rapporte 5 points, celui d'une boule rouge 2 points tandis que celui d'une boule verte coûte 1 point (on perd un point). On tire simultanément au hasard 2 boules et on note X la variable aléatoire qui correspond au nombre total de points obtenus.

A $p(X = 7) = \dfrac{1}{15}$

B $p(X = 4) = \dfrac{1}{15}$

C $p(X < 0) = \dfrac{1}{15}$

D $p(X \geq 1) = \dfrac{4}{15}$

Q8 Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = x + 1 + \dfrac{\ln x}{x^2}$ et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ et (Δ) la droite d'équation $y = x + 1$.

A $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$

B $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = 1$

C $f'(x) = \dfrac{x^3 + 1 + 2\ln x}{x^3}$

D (Δ) est une asymptote de $(\mathcal{C}_f)$ en $+\infty$

Q9 Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ par : $g(x) = x + \ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$

A $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = 0$

B $\lim\limits_{x\to1^+} g(x) = +\infty$

C g est paire

D L'équation $g'(x) = 0$ admet une seule solution

Q10

A $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\ln(1-x)}{x} = 1$

B $\lim\limits_{x\to0} x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) = 0$

C $\lim\limits_{x\to0} e^{-\frac{1}{x^2}} = +\infty$

D $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{x^2}-1}{x} = 1$

Q11 Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x+1)e^{-2x}$. On a :

A Pour tout x de $\mathbb{R}$ $f'(x) = (x+2)e^{-2x}$

B f est décroissante sur $\left]-\infty;-\dfrac{1}{2}\right[$

C $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

D $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

Q12

A $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{t^2}\,dt = \ln 4$

B $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{t+1}\,dt = \frac{1}{2}$

C $\displaystyle\int_0^\pi t\cos t\,dt = -2$

D $\displaystyle\int_0^\pi t\sin t\,dt = -2$

Q13 Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie pour tout n appartenant à $\mathbb{N}^*$ par : $u_n = \ln\left(\dfrac{n+1}{n}\right)$.

On pose pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $v_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

A $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ u_n > 0$

B $u_{n+1} - u_n = \ln\left(\dfrac{n+2}{(n+1)^2}\right)$

C $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ v_n = \ln(n+2)$

D $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

Q14 Soit $(u_n)_n$ la suite numérique définie par : $u_0 > 0$ et $u_{n+1} = u_n e^{-u_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

A $(u_n)_n$ est une suite géométrique

B $(\forall n \in \mathbb{N}),\ u_n < 0$

C $(u_n)_n$ est une suite croissante

D $(\forall n \in \mathbb{N}),\ \dfrac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$