ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSCK Maroc

Session de septembre 2020 · Cocher la ou les bonnes réponses

2020 — Énoncé

Q1 Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ les suites numériques définies par : $u_0 = 1$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{u_n+2}$ et $v_n = \dfrac{u_n}{u_n+1}$

- **A** $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique
- **B** $(\forall n \in \mathbb{N})\,;\ v_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$
- **C** $(\forall n \in \mathbb{N})\,;\ u_n = \dfrac{1}{2^{n+1}-1}$
- **D** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

Q2 Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique de terme général $u_n = \displaystyle\int_0^1 \frac{e^{-nx}}{1+e^{-x}}\,dx$

- **A** $u_0 + u_1 = 1$
- **B** $u_1 = 1 - \ln(1+e)$
- **C** $u_0 = \ln(1+e) - \ln 2$
- **D** $(\forall n \in \mathbb{N}^*)\ u_{n+1} + u_n = \dfrac{1-e^{-n}}{n}$

Q3 Soient $(u_n)_n$ et $(v_n)_n$ deux suites définies par : $u_0 = 3$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n^2+4}{2u_n}$ et $v_n = \dfrac{u_n-2}{u_n+2}$

- **A** $(\forall n \in \mathbb{N})\,;\ u_n \le 2$
- **B** $(\forall n \in \mathbb{N})\,;\ u_n > 2$
- **C** $(\forall n \in \mathbb{N})\,;\ v_{n+1} = v_n^2$
- **D** $(\forall n \in \mathbb{N})\,;\ v_n = v_0^{2n}$

Q4 Pour tout $z \in \mathbb{C}$ on pose $p(z) = z^3 + 3z^2 + 6z + 4$ et soient A, B et C les points d'affixes $z_A = -1 + i\sqrt{3}$, $z_B = -1 - i\sqrt{3}$ et $z_C = 2$ respectivement.

- **A** Le nombre $-2i$ est solution de l'équation $p(z) = 0$
- **B** $(\forall z \in \mathbb{C})\,;\ p(z) = (z+1)(z^2 - 2z + 4)$
- **C** z_A et z_B sont solutions de l'équation : $z^2 + 2z + 4 = 0$
- **D** ABC est un triangle équilatéral

On pose $z = \sqrt{2+\sqrt{3}} - i\sqrt{2-\sqrt{3}}$.

Q5 La forme expontielle de z^2 est :

- **A** $4e^{i\frac{\pi}{6}}$
- **B** $4e^{-i\frac{\pi}{6}}$
- **C** $4e^{i\frac{5\pi}{6}}$
- **D** $4e^{-i\frac{5\pi}{6}}$

Q6 La forme expontielle de z est :

- **A** $4e^{i\frac{\pi}{6}}$
- **B** $4e^{-i\frac{5\pi}{12}}$
- **C** $4e^{i\frac{5\pi}{12}}$
- **D** $2e^{-i\frac{\pi}{12}}$

Q7 L'angle dont les nombres $\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ et $\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$ sont respectivement le cosinus et le sinus

- **A** $-\dfrac{\pi}{12}$
- **B** $\dfrac{\pi}{12}$
- **C** $-\dfrac{5\pi}{12}$
- **D** $\dfrac{5\pi}{12}$

Q8 Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - \dfrac{4e^x}{1+e^x}$.
La courbe représentative de f admet au voisinage de $+\infty$ une asymptote oblique d'équation :

- **A** $y = x - 4$
- **B** $y = x$
- **C** $y = x - 1$
- **D** $y = x + 4$

Q9 Soit ω un réel strictement positif et z un nombre complexe tel que $z = \dfrac{1+i\omega}{1-i\omega}$

- **A** La partie réelle de z est égale à 1
- **B** Le module de z est égale à 1
- **C** $\left|\dfrac{(1+i\omega)^2}{1-i\omega}\right| = \sqrt{1+\omega^2}$
- **D** $\left|\dfrac{1+i\omega}{(1-i\omega)^2}\right| = \left|\dfrac{(1+i\omega)^2}{1-i\omega}\right|$

Q10 Soit, dans l'ensemble $\mathbb{C}$ les nombres complexes : $z_1 = 1 - i\sqrt{3}$ et $z_2 = -2 + 2i$

- **A** $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$
- **B** $z_1 = 2\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$
- **C** $z_2 = 2\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$
- **D** $z_2 = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$

Q11 Soit f la fonction de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$

- **A** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
- **B** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$
- **C** $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx = \ln 2 - \ln\left(1+e^{-1}\right)$
- **D** $\forall x \in \mathbb{R},\ f(-x) = f(x)$

Q12 Soit F la fonction numérique de la variable réelle x définie par $F(x) = \ln(x^2+1) + x$

- **A** $\forall x \in \mathbb{R},\ F'(x) = \dfrac{1}{x^2+1} + 1$
- **B** F est croissante sur $\mathbb{R}$
- **C** $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x) = +\infty$
- **D** $\lim\limits_{x\to-\infty} F(x) = +\infty$

Q13 Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = x - \dfrac{\ln x}{x^2}$

- **A** $\lim\limits_{x\to0^+} g(x) = -\infty$
- **B** $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$
- **C** $g'(x) = \dfrac{x^3 - 1 + 2\ln x}{x^3}$
- **D** $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} = 1 - \frac{2}{e}$

Q14 Soit f_n la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f_n(x) = \sin^{n+1}(2x)\,;\ n \in \mathbb{N}$

- **A** $(\forall n \in \mathbb{N})\,;\ f_n\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right) = -f_n(x)$
- **B** $(\forall n \in \mathbb{N})\ (\forall x \in [0,\pi])\,;\ f_n(x) \ge 0$
- **C** $(\forall n \in \mathbb{N})\,;$ $f_n\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = (-1)^{n+1} f_n\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right)$
- **D** $f_n'(x) = 2(n+1)\sin^n(2x)$

Q15 Soit g la fonction de la variable réelle x définie par : $g(x) = \ln\left(\dfrac{e^{-x}-1}{e^{-x}+1}\right)$ et D son domaine de définition. On a :

- **A** $D =]-\infty;0]$
- **B** $g'(x) = \dfrac{-2e^x}{1-e^{2x}}$
- **C** $(\forall x \in D)$ on a : $g'(x) > 0$
- **D** $\ln\left(\dfrac{e-1}{1+e}\right) = -1$