ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès au Cycle Préparatoire Intégré · ENSCK

Session 2021

2021 — Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15
D	B	A	B	C	D	C	C	A	D	C	B	A	B	D

Q1 ✔ Réponse D

$u_{n+1}+1=\dfrac{2(u_n+1)}{u_n+2}$, donc
$v_{n+1}=\dfrac{u_{n+1}}{u_{n+1}+1}=\dfrac{u_n}{2(u_n+1)}=\dfrac{1}{2}v_n$. Avec $v_0=\frac{1}{2}$:
$v_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ (B et C sont fausses).

Q2 ✔ Réponse B

$v_n\to 0$ et $u_n=\dfrac{v_n}{1-v_n}\to 0$.

Q3 ✔ Réponse A

$z-1=\dfrac{1}{2}-i\dfrac{\sqrt{3}}{2}=e^{-i\pi/3}$: $|z-1|=1$ et
$\arg(z-1)\equiv-\dfrac{\pi}{3}\equiv\dfrac{5\pi}{3}\ [2\pi]$.

Q4 ✔ Réponse B

$x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\to 1$, donc la limite vaut e.

Q5 ✔ Réponse C

$\sin a\cos b=\dfrac{1}{2}\left(\sin(a+b)+\sin(a-b)\right)$:
$\sin x\cos 2x=\dfrac{1}{2}(\sin 3x-\sin x)$.

Q6 ✔ Réponse D

$S=\displaystyle\sum_{k=5}^{12}\frac{1}{2^k}=\frac{1}{2^5}\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^8}{1-\frac{1}{2}}=\left(\frac{1}{2}\right)^4-\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$.

Q7 ✔ Réponse C

$z_1=2e^{i\pi/4}$ et $z_2=3e^{-i\pi/2}$: $z_1z_2=6e^{-i\pi/4}$ et $\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{2}{3}e^{3i\pi/4}$
(module $\frac{2}{3}$, pas $\frac{3}{2}$).

Q8 ✔ Réponse C

Par parties :

$$\int_1^e(x+1)\ln x\,dx=\left[\left(\tfrac{x^2}{2}+x\right)\ln x\right]_1^e-\int_1^e\left(\tfrac{x}{2}+1\right)dx=\frac{e^2+5}{4}.$$

(A vaut 0, B vaut $e-2$, D vaut $\frac{1}{3}$.)

Q9 ✔ Réponse A

$u_k=2^{1-k}$, donc

$$\sum_{k=0}^{n}\ln u_k=\ln 2\sum_{k=0}^{n}(1-k)=\ln 2\left((n+1)-\frac{n(n+1)}{2}\right)=\frac{1}{2}(n+1)(2-n)\ln 2.$$

Q10 ✔ Réponse D

$z=2\pm 2i$: $|z_1|=|z_2|=2\sqrt{2}$, donc $OM_1=OM_2$: triangle isocèle en O.

Q11 ✔ Réponse C

f est continue en 2 ($f(2)=2$, limite à droite $-2+4=2$), mais la dérivée à gauche vaut 1 et à droite -1 : f n'est pas dérivable en 2.

Q12 ✔ Réponse B

$f(x)-x=x\left(\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}-1\right)=\dfrac{-2x}{e^{2x}+1}\to 0$ en $+\infty$: $y=x$ est asymptote. Ce terme est <0 pour $x>0$: C est sous (D) et ne la coupe pas sur $[1,+\infty[$.

Q13 ✔ Réponse A

Il faut $|1-e^x|>0$, c'est-à-dire $x\neq 0$: $D_f=\mathbb{R}^*$.

Q14 ✔ Réponse B

En $-\infty$, $e^x\to 0$ et $\ln(1-e^x)\sim -e^x$, donc
$f(x)\sim e^{-x}(-e^x)=-1$.

Q15 ✔ Réponse D

$f'(x)=-e^{-x}\ln|1-e^x|+e^{-x}\cdot\dfrac{-e^x}{1-e^x}=-f(x)-\dfrac{1}{1-e^x}$.