ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès au Cycle Préparatoire Intégré · ENSCK

Session 2021

2021

Énoncé

Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ les suites définies par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{u_n + 2}$ et $v_n = \dfrac{u_n}{u_n + 1}$.

Q1

A $\forall n \geq 0,\ v_{n+1} = 1 + v_n$

B $\forall n \geq 0,\ v_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

C $\forall n \geq 0,\ v_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

D $v_{n+1} = \dfrac{1}{2} v_n$

Q2

A $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

B $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$

C $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -1$

D $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

Q3 Dans l'ensemble $\mathbb{C}$, si $z = \dfrac{3}{2} - i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ alors

A $|z-1| = 1,\ \arg(z-1) \equiv \dfrac{5\pi}{3}\ [2\pi]$

B $|z-1| = 1,\ \arg(z-1) \equiv \dfrac{11\pi}{6}\ [2\pi]$

C $|z-1| = \sqrt{3},\ \arg(z) \equiv \dfrac{5\pi}{3}\ [2\pi]$

D $|z-1| = \sqrt{3},\ \arg(z) \equiv \dfrac{11\pi}{6}\ [2\pi]$

Q4 La limite $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^x$ est égale à

A 1 B e C $\dfrac{1}{e}$ D $\dfrac{-1}{e}$

Q5 La linéarisation de l'expression $\sin(x)\cos(2x)$ est donnée par :

A $\dfrac{1}{2}(\cos(3x) + \sin(x))$

B $\dfrac{1}{2}(\sin(3x) - \cos(x))$

C $\dfrac{1}{2}(\sin(3x) - \sin(x))$

D $\dfrac{1}{2}(\cos(3x) + \sin(x))$

Q6 On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_n = \dfrac{1}{2^n}$. On pose $S = \sum\limits_{k=5}^{12} u_k$

A $S = \left(\dfrac{1}{2}\right)^8 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{17}$

B $S = \left(\dfrac{1}{2}\right)^4 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^8$

C $S = \left(\dfrac{1}{2}\right)^5 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{12}$

D $S = \left(\dfrac{1}{2}\right)^4 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{12}$

Q7 Soient z_1 et z_2 deux nombres complexes tels que : $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et $z_2 = -3i$

A $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{3}{2} e^{\frac{3i\pi}{4}}$ B $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{3}{2} e^{\frac{i\pi}{4}}$

C $z_1 z_2 = 6e^{\frac{-i\pi}{4}}$ D $z_1 z_2 = 6e^{\frac{i\pi}{4}}$

Q8

A $\displaystyle\int_0^{\pi} \cos(x)\sin(x)\,dx = 1$

B $\displaystyle\int_0^{1} xe^{1-x}\,dx = 3 - e$

C $\displaystyle\int_1^{e} (x+1)\ln(x)\,dx = \frac{e^2+5}{4}$

D $\displaystyle\int_1^{e} \frac{(\ln(x))^2\,dx}{x} = 1$

Q9 Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $\dfrac{1}{2}$. La somme $\ln(u_0) + \ln(u_1) + \cdots + \ln(u_n)$ est égale à :

A $\dfrac{1}{2}(n+1)(2-n)\ln(2)$

B $\dfrac{1}{2}(n-1)(2-n)\ln(2)$

C $\dfrac{1}{2}(n-2)(1+n)\ln(2)$

D $\dfrac{1}{2}(n+2)(1-n)\ln(2)$

Q10 Soient z_1 et z_2 les solutions complexes de l'équation $z^2 - 4z + 8 = 0$. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points M_1 et M_2 d'affixe respectives z_1 et z_2.

A $z_1 = -2 - 2i,\ z_2 = -2 + 2i$

B $\mathrm{Re}(z_1) = -\mathrm{Re}(z_2)$

C M_1 et M_2 sont sur le cercle de centre 0 et de rayon $3\sqrt{2}$

D OM_1M_2 est un triangle isocèle en O.

Q11 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \in]0;2], \\ -x+4 & \text{si } x \in]2;4[\end{cases}$

A f est dérivable au point 2

B f n'est pas continue au point 2

C f n'est pas dérivable au point 2

D f n'est ni dérivable ni continue au point 2

Q12 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\left(\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}\right)$. Soit C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

A La courbe C est situé au dessus de la droite (D) sur l'intervalle $[0, +\infty[$.

B La droite (D) d'équation $y = x$ est une asymptote oblique de C au voisinage de $+\infty$

C $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -1$

D La droite (D) d'équation $y = x$ coupe C sur $[1, +\infty[$.

On considère la fonction f définie par $f(x) = e^{-x}\ln(|1 - e^x|)$.

Q13 Son domaine de définition est :

A $\mathbb{R}^*$ B $]-\infty, 0]$

C $]-\infty, 0[$ D $]1, +\infty[$

Q14 La limite $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ est égale à :

A $+\infty$ B -1 C $-\infty$ D 1

Q15 Pour tout $x \in D_f$, $f'(x)$ vérifie :

A $f'(x) + f(x) = -\ln(|1 - e^x|)$

B $f'(x) + f(x) = -e^{-x}$

C $f'(x) + f(x) = 0$

D $f'(x) + f(x) = \dfrac{-1}{1 - e^x}$