ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSCK Maroc

Session du 4 septembre 2022

2022

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15
A	A	C	B	D	D	D	B	C	C	A	B	D	A	C

Q1 ✔ Réponse A

$\cos^2 x + \sin 2x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x + \sin 2x \geq \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}+1} = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

Donc $\cos^2 x + \sin 2x + 2 \geq \frac{5-\sqrt{5}}{2} > 0$: $D_f = \mathbb{R}$.

Q2 ✔ Réponse A

$\frac{f(x)-f(0)}{x} = x\ln(x^2) \to 0$: $f'(0) = 0$. Pour $x \neq 0$, $f'(x) = 2x\ln(x^2) + 2x \to 0$ en 0 : f' est continue sur $\mathbb{R}$. En revanche $f''(x) = 2\ln(x^2) + 6 \to -\infty$ en 0 : B, C, D sont faux.

Q3 ✔ Réponse C

$g(x) = x - 1 - \sqrt{x}$: $g'(x) = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} > 0$ sur $]\frac{1}{4}, 4]$, $g\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{5}{4} < 0$ et $g(4) = 1 > 0$: une solution unique (A est donc vraie aussi, mais C est plus précise).

Q4 ✔ Réponse B

$r^2 + 3r + 2 = 0$: $r = -1$ ou $r = -2$, $f(x) = ae^{-x} + be^{-2x}$. $a + b = 1$ et $-a - 2b = 0$ donnent $a = 2$, $b = -1$.

Q5 ✔ Réponse D

En $-\infty$: $\frac{e^{2x}}{(e^x+1)^2} \to 0$, donc $f(x) - \left(x + \frac{1}{4}\right) \to 0$. (En $+\infty$ le quotient tend vers 1 : asymptote $y = x - \frac{3}{4}$ en $+\infty$, pas en $-\infty$.)

Q6 ✔ Réponse D

$\cos^3 x = \frac{\cos 3x + 3\cos x}{4}$ et $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$, d'où

$$f(x) = \frac{\cos 3x}{4} - \frac{\cos 2x}{2} + \frac{3\cos x}{4} + \frac{1}{2}.$$

Q7 ✔ Réponse D

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ ont la même affixe $1 + 3i$: parallélogramme. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 1 \times (-4) + 3 \times 2 = 2 \neq 0$ et $AB = \sqrt{10} \neq AD = \sqrt{20}$: ni rectangle, ni losange.

Q8 ✔ Réponse B

Poids égaux : $z_G = \frac{-1-i+1+i}{4} = 0$, $G = O$. $GC = GD = 1$: GCD est isocèle (et rectangle en G). $ABCD$ est un carré.

Q9 ✔ Réponse C

M est équidistant des points d'affixes 1 et -1 : c'est leur médiatrice, l'axe des ordonnées.

Q10 ✔ Réponse C

$z' = e^{i\pi/4}z$: rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$.

Q11 ✔ Réponse A

$v_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 - 3 = \frac{1}{3}(u_n - 3) = \frac{1}{3}v_n$: géométrique de raison $\frac{1}{3}$, $v_1 = -1$. Donc $u_n = 3 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$, qui tend vers 3.

Q12 ✔ Réponse B

Chacun des n termes vérifie $\frac{n}{n^2+n} \leq \frac{n}{n^2+k} \leq \frac{n}{n^2+1}$. En sommant :

$$\frac{n}{n+1} \leq u_n \leq \frac{n^2}{n^2+1},$$

et $u_n \to 1$.

Q13 ✔ Réponse D

$\cos^3 x = (1 - \sin^2 x)\cos x$:

$I = \left[\sin x - \frac{\sin^3 x}{3}\right]_0^{\pi/2} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Q14 ✔ Réponse A

$t = e^x$, $dx = \frac{dt}{t}$: $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dt}{1+t^2} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$. (D : $J = [\ln t - \ln(1+t)]_1^2 = 2\ln 2 - \ln 3$, pas $+\ln 3$.)

Q15 ✔ Réponse C

$\mathcal{P}\left(\bar{A} \cap \bar{B}\right) = 1 - \mathcal{P}(A \cup B) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$.