ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSCK Maroc

Session du 27 juillet 2023

2023

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15
D	B	C	C	D	B	B	C	C	–	B	A	B	D	D

Q1 ✔ Réponse D

$u_{n+1}^2 = \dfrac{4u_n^2}{1+u_n^2}$, donc

$$v_{n+1} = \frac{\frac{4u_n^2}{1+u_n^2}}{3-\frac{4u_n^2}{1+u_n^2}} = \frac{4u_n^2}{3-u_n^2} = 4v_n.$$

Q2 ✔ Réponse B

$v_n = \dfrac{1}{2}\cdot 4^n \to +\infty$ et $u_n^2 = \dfrac{3v_n}{1+v_n} \to 3$. Comme $u_n > 0$, $u_n \to \sqrt{3}$.

Q3 ✔ Réponse C

Avec $t_n = \dfrac{1}{w_n}$: $t_{n+1} = 3t_n - 2$, donc $t_n - 1 = 3^n(t_0 - 1) = 3^n$ et $w_n = \dfrac{1}{1+3^n}$. Ainsi $0 < w_n < \dfrac{1}{3^n} \le \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

Remarque : B est vraie elle aussi (plus faible) ; A et D sont fausses ($w_1 = \frac{1}{4}$, et $n = 0$ pour D).

Q4 ✔ Réponse C

$I = [-\ln(\cos\theta)]_0^{\pi/4} = -\ln\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \ln\sqrt{2} = \dfrac{\ln 2}{2}$.

Q5 ✔ Réponse D

$\Delta = 36 - 52 = -16 = (4i)^2$, d'où $z = \dfrac{6 \pm 4i}{2} = 3 \pm 2i$.

Q6 ✔ Réponse B

$OA = OB = \sqrt{13}$ et $AB = 4$: isocèle. Il n'est pas rectangle ($\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} = 9 - 4 = 5 \neq 0$) ni équilatéral.

Q7 ✔ Réponse B

Les racines d'une équation à coefficients réels sont conjuguées. ($z_1 + z_2 = 6$, $z_1 z_2 = 13$.)

Q8 ✔ Réponse C

$e^{2x} - 2e^x - 3 = (e^x - 3)(e^x + 1) \ge 0 \iff e^x \ge 3 \iff x \ge \ln 3$.

Q9 ✔ Réponse C

La racine est dérivable là où l'expression est strictement positive : $]\ln 3, +\infty[$.

Q10 ✔ Réponse –

$f^2 = e^{2x} - 2e^x - 3$, donc $2ff' = 2e^{2x} - 2e^x$, $ff' = e^{2x} - e^x$. Alors

$$f\,(f' - f) = ff' - f^2 = e^x + 3.$$

Aucune proposition n'est juste telle qu'imprimée (erreur du sujet) : D correspond avec $f' - f$ au lieu de $f' + f$.

Q11 ✔ Réponse B

Coefficients des 3e et 7e termes : $\binom{n}{2} = \binom{n}{6}$, donc $n = 8$. Le terme $\binom{8}{k}x^{8-k}x^{-k} = \binom{8}{k}x^{8-2k}$ donne x^{-2} pour $k = 5$: $\binom{8}{5} = 56$.

Q12 ✔ Réponse A

$\dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{k+1} = \dfrac{k+1-k}{k(k+1)} = \dfrac{1}{k(k+1)}$.

Q13 ✔ Réponse B

$S_5 = \dfrac{5(a_1 + a_5)}{2} = 15$ donne $a_1 = 1$, donc $r = 1$ et $a_n = n$.

Somme télescopique :

$$\sum_{n=1}^{100} \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{101} = \frac{100}{101}.$$

Q14 ✔ Réponse D

Chacune des 4 boulangeries choisit un jour parmi 7, indépendamment : 7^4.

Q15 ✔ Réponse D

$\ln\left(1 + t^{-2023}\right)^{t^{2024}} = t^{2024}\ln\left(1 + t^{-2023}\right) \sim t^{2024}\cdot t^{-2023} = t \to +\infty$.