ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSC Maroc

Session du 1er août 2024

2024

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
D	B	B	C	D	A	A	B	C	C	A	A	B	A

Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20
D	C	C	D	D	D

Q1 ✔ Réponse D

$f(x) = x^4 - 4 \geq -4 = f(0)$ pour tout x : $(0, -4)$ est un minimum. ($f'(0) = 0$: tangente horizontale.)

Q2 ✔ Réponse B

f est continue sur $\left[\frac{\pi}{3}, \pi\right]$, dérivable sur l'intervalle ouvert. Accroissements finis :

$$f'(c) = \frac{f(\pi) - f\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\frac{2\pi}{3}} = \frac{\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}}{\frac{2\pi}{3}} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{\pi}.$$

(A faux : $f\left(\frac{\pi}{3}\right) < 0 < f(\pi)$; C faux : $f'(x) = 1 - 2\cos x > 0$; D faux : $f'' = 2\sin x > 0$.)

Q3 ✔ Réponse B

Pour $x < 1$, $x \neq 0$: $f(x) = \dfrac{\sin\frac{\pi x}{2}}{x(x-1)} \sim \dfrac{\frac{\pi x}{2}}{-x} \to -\dfrac{\pi}{2}$ en 0 : limite finie, f se prolonge par continuité en 0.
En 1^-, $x(x-1) \to 0^-$ et $\sin\frac{\pi}{2} = 1$: $f \to -\infty$, donc A et C sont faux.

Q4 ✔ Réponse C

Un polynôme de degré impair tend vers $\pm\infty$ de signes contraires en $\pm\infty$; il est continu, donc s'annule au moins une fois (TVI).

Q5 ✔ Réponse D

$u_{n+1}v_{n+1} = \dfrac{2u_nv_n}{u_n+v_n} \cdot \dfrac{u_n+v_n}{2} = u_nv_n$: la suite (u_nv_n) est constante, égale à ab.
(B faux : $v_n > u_n$; C faux : $v_{n+1} - u_{n+1} = \dfrac{(v_n-u_n)^2}{2(u_n+v_n)} < \dfrac{1}{2}(v_n - u_n)$.)

Q6 ✔ Réponse A

$x\sin x\cos x = \frac{1}{2}x\sin 2x$. Par parties :

$$\frac{1}{2}\left[-\frac{x\cos 2x}{2} + \frac{\sin 2x}{4}\right]_0^{\pi/2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{8}.$$

Q7 ✔ Réponse A

$\sin^3 x = \dfrac{3\sin x - \sin 3x}{4}$, donc

$f(x) = \dfrac{3\sin x\cos x - \sin 3x\cos x}{4} = \dfrac{\frac{3}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}(\sin 4x + \sin 2x)}{4} = \dfrac{1}{4}\sin 2x - \dfrac{\sin 4x}{8}$.

Q8 ✔ Réponse B

$g(x) = f(x) - x$ est continue, $g(0) = \frac{1}{2} > 0$ et $g(1) = -\frac{1}{2} < 0$: par le TVI, g s'annule en un $c \in]0, 1[$. (C suppose f dérivable.)

Q9 ✔ Réponse C

$S : (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$, centre $\Omega(2, 1, 2)$, $R = 3$.
$d(\Omega, P) = \dfrac{|8 - 3 + 10|}{5} = 3 = R$: P est tangent à S.

Q10 ✔ Réponse C

$i = e^{i\pi/2}$, donc $i^i = e^{i\cdot i\frac{\pi}{2}} = e^{-\frac{\pi}{2}}$. ($z^4 = 1$; $z^{-i} = e^{\pi/2}$ est réel.)

Q11 ✔ Réponse A

$z = \sqrt{3} + i$, $\dfrac{1}{z} = \dfrac{\sqrt{3} - i}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{4} - \dfrac{i}{4}$. ($|z| = 2$, $z^3 = 8i$, $z^2 = 2 + 2i\sqrt{3}$.)

Q12 ✔ Réponse A

$\arg a = \dfrac{\pi}{4}$ et $\arg b = -\dfrac{\pi}{3}$, donc $\arg z = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{7\pi}{12}$ $[2\pi]$.

Q13 ✔ Réponse B

Loi binomiale $\mathcal{B}\left(4, \frac{1}{6}\right)$: $\binom{4}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \dfrac{6\times 25}{1296} = \dfrac{25}{216}$.

Q14 ✔ Réponse A

$P(M \cap \overline{T}) = 0{,}05 \times 0{,}02 = 0{,}001$.

Q15 ✔ Réponse D

$P(\overline{M} \cap T) = 0{,}95 \times 0{,}03 = 0{,}0285$.

Q16 ✔ Réponse C

Avec $Z = z^2$: $Z^2 + Z - 6 = 0$, $Z = 2$ ou $Z = -3$. Donc $z = \pm\sqrt{2}$ ou $z = \pm i\sqrt{3}$.

Q17 ✔ Réponse C

Le dénominateur tend vers 1, et $\sin n + \cos n = \sqrt{2}\sin\left(n + \frac{\pi}{4}\right)$ n'a pas de limite.

Q18 ✔ Réponse D

$\dfrac{x}{e^{-x}} = xe^x$, donc la parenthèse est nulle et la suite est constante égale à 0.

Q19 ✔ Réponse D

Avec $t = 1 - \sin x \to 0$: $1 - \sin^k x = 1 - (1-t)^k \sim kt$ et $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x \sim 2t$. Le quotient est équivalent à $\dfrac{n!\,t^n}{2^n t^n} = \dfrac{n!}{2^n}$.

Q20 ✔ Réponse D

$z_B = -1 + i$ et $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe $-2 + 2i$ ($AB = 2\sqrt{2}$). C s'obtient par une rotation de centre A d'angle $\pm\frac{\pi}{2}$: $z_C = z_A \pm i(-2 + 2i)$, soit $-1 - 3i$ ou $3 + i$. Partie réelle positive : $z_C = 3 + i$.