ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSC Maroc

Session du 1er août 2024

2024

Énoncé

Q1 Soit $f(x) = x^4 - 4$.

A le point $(0, -4)$ est un maximum de f sur $\mathbb{R}$

B $(0, -4)$ est un point d'inflexion de f sur $\mathbb{R}$

C $\mathcal{C}_f$ possède une tangente verticale en $(0, -4)$

D le point $(0, -4)$ est un minimum de f sur $\mathbb{R}$

Q2 Soit f la fonction définie sur $\left]\frac{\pi}{3}, \pi\right[$ par $f(x) = x - 2\sin x$. $\left(\sqrt{3} \approx 1{,}73\right)$

A f ne s'annule pas sur $\left]\frac{\pi}{3}, \pi\right[$

B $\exists c \in \left]\frac{\pi}{3}, \pi\right[\ f'(c) = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{\pi}$

C f est strictement décroissante sur $\left]\frac{\pi}{3}, \pi\right[$

D f est concave

Q3 On considère la fonction f donnée par

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - x + 1}{3x^2 + 6} & \text{si } x \geq 1 \\ \dfrac{1}{x^2 - x} \sin \dfrac{\pi}{2} x & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

A f est continue en 1

B f possède un prolongement par continuité en 0

C f possède une limite finie en 1

D f possède une limite infinie en 0

Q4 Soit P une fonction polynomiale de degré n impair.
L'équation $P(x) = 0$ possède

A n solutions réelles

B pas de solutions réelles

C au moins une solution réelle

D au moins n solutions réelles

Q5 Soit a et b deux réels tels que $0 < a < b$. On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par $\forall n \in \mathbb{N}$:

$$\begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n v_n}{u_n + v_n} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_0 = b \\ v_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2} \end{cases}$$

A (u_n) est décroissante et (v_n) est croissante

B $\forall n \in \mathbb{N}\ u_n > v_n$

C $\forall n \in \mathbb{N},\ v_{n+1} - u_{n+1} > \frac{1}{2}(v_n - u_n)$

D la suite $(u_n v_n)_{n \geq 0}$ est constante

Q6 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \cos x\, dx =$

A $\frac{\pi}{8}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}$

Q7 Soit $f(x) = \sin^3 x \cos x$. La linéarisation de f est donnée par

A $\dfrac{-\sin 4x}{8} + \dfrac{1}{4}\sin 2x$

B $\dfrac{-\cos 4x}{8} + \dfrac{1}{4}\sin 2x$

C $\dfrac{\cos 4x}{8} + \dfrac{1}{4}\cos 2x$

D $\dfrac{-\sin 4x}{8} + \dfrac{1}{4}\cos 2x$

Q8 Soit f une fonction continue sur $[0, 1]$ telle que $f(0) = f(1) = \frac{1}{2}$.

A $f\left(\left[0, \frac{1}{2}\right]\right) \subset \left[\frac{1}{2}, 1\right]$

B $\exists c \in]0, 1[\ f(c) = c$

C $\exists c \in]0, 1[\ f'(c) = 0$

D $\exists c \in]0, 1[\ f(c) = \dfrac{1+c}{1-c}$

Q9 Soient S la sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 4z = 0$ et P le plan d'équation $4x - 3y + 10 = 0$.

A P coupe S selon un disque

B $P \cap S = \varnothing$

C P est tangent à S

D Le centre de S appartient à P

Q10 Soit le nombre complexe $z = i$.

A $z^{\frac{1}{2}} = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$

B $z^4 = -1$

C $z^i = e^{-\frac{\pi}{2}}$

D $\mathrm{Im}\left(z^{-i}\right) = e^{\frac{\pi}{2}}$

Q11 Soit le nombre complexe $z = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$.

A la forme algébrique de $\frac{1}{z} = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{i}{4}$

B $|z| = 4$

C $\mathrm{Im}\left(z^3\right) = -4\sqrt{3}$

D $\mathrm{Re}\left(z^2\right) = 2\sqrt{3}$

Q12 Soient les nombres complexes $a = 1 + i$, $b = 1 - i\sqrt{3}$ et $z = \frac{a}{b}$, $\arg(z) \equiv$

A $\frac{7\pi}{12}\ [2\pi]$ B $\frac{5\pi}{6}\ [2\pi]$

C $\frac{6\pi}{5}\ [2\pi]$ D $\frac{12\pi}{7}\ [2\pi]$

Q13 Un dé équilibré à six faces est lancé quatre fois. La probabilité d'obtenir deux fois la face six

A $\frac{16}{216}$ B $\frac{25}{216}$ C $\frac{2}{76}$ D $\frac{16}{76}$

Dans une clinique, 5% des patients sont atteints d'une maladie rare. Un test de dépistage pour cette maladie a une sensibilité (probabilité de détecter correctement la maladie) de 98% et une spécificité (probabilité de détecter correctement l'absence de la maladie) de 97%.

Q14 La probabilité qu'un patient soit malade et obtienne un test négatif

A 0,001 B 0,002 C 0,01 D 0,02

Q15 La probabilité qu'un patient ne soit pas malade et obtienne un test positif

A 0,0145 B 0,015 C 0,019 D 0,0285

Q16 Les solutions, dans $\mathbb{C}$, de l'équation $z^4 + z^2 - 6 = 0$

A $\pm i\sqrt{2}$ et $\pm\sqrt{3}$ B $\pm i\sqrt{2}$ et $\pm i\sqrt{3}$

C $\pm i\sqrt{3}$ et $\pm\sqrt{2}$ D $\pm\sqrt{2}$ et $\pm\sqrt{3}$

Soit (u_n) une suite telle que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

Q17 $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\sin n + \cos n}{1 + \frac{1}{u_n}} =$

A $+\infty$ B 2 C n'a pas de limite D 0

Q18 $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} u_n \left(xe^x - \frac{x}{e^{-x}}\right) =$

A $+\infty$ B 1 C n'a pas de limite D 0

Q19 $\forall n \in \mathbb{N}\ \displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\prod_{k=1}^{n}\left(1 - \sin^k x\right)}{\cos^{2n} x} =$

A $\frac{1}{2^n}$ B 0 C n'a pas de limite D $\frac{n!}{2^n}$

Q20 On munit le plan complexe d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Soient A, B, C les points d'affixes respectives z_A, z_B, z_C avec $z_A = 1 - i$, B le symétrique de A par rapport à l'origine, la partie réelle de z_C est positive et le triangle (ABC) est un triangle rectangle isocèle en A.

A $|AB| = 3\sqrt{2}$ B $z_B = -1 - i$

C $\arg(z_C) \equiv \pi\ [2\pi]$ D $z_C = 3 + i$