ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSCK Maroc

Session du 25 juillet 2025

2025 — Correction

Q41	Q42	Q43	Q44	Q45	Q46	Q47	Q48	Q49	Q50	Q51	Q52	Q53	Q54
B	D	A	A	C	A	B	D	C	C	D	B	B	D

Q55	Q56	Q57	Q58	Q59	Q60
C	B	C	A	D	A

Q41 ✔ Réponse B

Avec $w = iz$, $|w| = 1$ et $\overline{w} = \dfrac{1}{w}$:

$$\overline{\left(\frac{1+w}{1-w}\right)} = \frac{1+\frac{1}{w}}{1-\frac{1}{w}} = \frac{w+1}{w-1} = -\frac{1+w}{1-w}.$$

Le nombre est imaginaire pur : sa partie réelle est 0.

Q42 ✔ Réponse D

Avec $z = re^{i\theta}$: $z + \dfrac{1}{z} = \left(r + \dfrac{1}{r}\right)\cos\theta + i\left(r - \dfrac{1}{r}\right)\sin\theta$. Réel $\iff \sin\theta = 0$ ou $r = 1$: l'axe réel privé de O, union le cercle unité.

Q43 ✔ Réponse A

$x \ln\sqrt{1+\frac{a}{x}} = \dfrac{x}{2}\ln\left(1+\dfrac{a}{x}\right) \to \dfrac{a}{2}$, donc $f(x) \to 1 + \dfrac{a}{2}$.

Q44 ✔ Réponse A

Une primitive de $e^x \sin x$ est $\dfrac{e^x(\sin x - \cos x)}{2}$:

$$\left[\frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2}\right]_0^{\pi/2} = \frac{e^{\pi/2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+e^{\pi/2}}{2}.$$

Q45 ✔ Réponse C

$|f(x)| \le x^2$: f est continue en 0, et $\dfrac{f(x)}{x} = x\sin\dfrac{1}{x} \to 0$: $f'(0) = 0$. Pour $x \neq 0$, $f'(x) = 2x\sin\dfrac{1}{x} - \cos\dfrac{1}{x}$ n'a pas de limite en 0 : f' n'est pas continue en 0.

Q46 ✔ Réponse A

$S : (x-1)^2 + \left(y+\frac{1}{2}\right)^2 + z^2 = \frac{1}{4}$, centre $\Omega\left(1, -\frac{1}{2}, 0\right)$, $R = \frac{1}{2}$. $\|\vec{n}\| = \sqrt{2+1+1} = 2$ et $d(\Omega, P) = \dfrac{|\sqrt{2}+\frac{1}{2}-\alpha|}{2} = \dfrac{1}{2}$, d'où $\alpha = \sqrt{2} - \frac{1}{2}$ ou $\alpha = \sqrt{2} + \frac{3}{2}$.

Q47 ✔ Réponse B

$\dfrac{1}{x(x^2+1)} = \dfrac{1}{x} - \dfrac{x}{x^2+1}$:

$$\left[\ln x - \tfrac{1}{2}\ln(x^2+1)\right]_1^2 = \ln 2 - \tfrac{1}{2}\ln\tfrac{5}{2} = \tfrac{1}{2}\ln\tfrac{8}{5}.$$

Q48 ✔ Réponse D

$A_n = (1-x^2)^n \to 0$ (A, B faux). $B_n = \left(1 - \dfrac{x^2}{n^2}\right)^n$ et $n\ln\left(1-\dfrac{x^2}{n^2}\right) \sim -\dfrac{x^2}{n} \to 0$: $B_n \to 1$.

Q49 ✔ Réponse C

Racines non réelles : $\Delta = 16 - 4m < 0$, $m > 4$ (B faux). Elles sont conjuguées, de produit $m = z_0\overline{z_0} = |z_0|^2$. ($\alpha^5 = -38 + 41i$, A faux ; $\frac{2}{z_0} = \frac{2\overline{z_0}}{m}$ n'est racine que si $m = 2$.)

Q50 ✔ Réponse C

$m = |\alpha|^2 = 4 + 1 = 5$.

Q51 ✔ Réponse D

$\sin^2 x \cos 3x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}\cos 3x = \dfrac{1}{2}\cos 3x - \dfrac{1}{4}(\cos 5x + \cos x)$.

Q52 ✔ Réponse B

$u_{n+1} - \sqrt{2} = \dfrac{(u_n - \sqrt{2})^2}{2u_n} \ge 0$, donc $u_n \ge \sqrt{2}$, et $u_{n+1} - u_n = \dfrac{2-u_n^2}{2u_n} \le 0$: décroissante. ($u_1 = 1{,}5 < 2$: C et D faux.)

Q53 ✔ Réponse B

(u_n) décroissante minorée converge vers $\ell = \frac{1}{2}\left(\ell + \frac{2}{\ell}\right)$, soit $\ell = \sqrt{2}$: $v_n \to 0$.

Q54 ✔ Réponse D

$f'(x) = \ln x + 1 - \dfrac{1}{x^2}$ (B faux) et $f'(1) = 0$: tangente horizontale. En 0^+, $x\ln x \to 0$ et $\frac{1}{x} \to +\infty$ (A faux) ; $\frac{f(x)}{x} \to +\infty$: pas d'asymptote oblique.

Q55 ✔ Réponse C

$v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$: géométrique de raison $\frac{1}{2}$, $v_0 = 2\ln 3$, $v_n = \dfrac{2\ln 3}{2^n}$. Donc

$$S = 2\ln 3 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}} = 4\left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right)\ln 3.$$

$u_n = e^{v_n} \to 1$ (D faux).

Q56 ✔ Réponse B

Rotation : $z_1 = i(z - (1+i)) + (1+i) = iz + 2$. Translation : $z' = iz + 2 + (2-i) = iz + 4 - i$.

Q57 ✔ Réponse C

$$\int_0^{2\pi} |\sin x|\,dx = 2\int_0^{\pi} \sin x\,dx = 2 \times 2 = 4.$$

Q58 ✔ Réponse A

$\vec{u} \wedge \vec{v} = (2\cdot 2 - (-1)(-1),\ (-1)\cdot 2 - 1\cdot 2,\ 1\cdot(-1) - 2\cdot 2) = (3, -4, -5)$.

Q59 ✔ Réponse D

$P(B \cap H) = 0{,}3 \times 0{,}9 = 0{,}27$. $(P(H) = 0{,}27 + 0{,}3 + 0{,}2 = 0{,}77$; $P(V) = 0{,}5$; $P(V \cap \overline{H}) = 0{,}5 \times 0{,}4 = 0{,}2.)$

Q60 ✔ Réponse A

Probabilités totales :

$$\frac{n}{n+m} \cdot \frac{n-1}{n+m-1} + \frac{m}{n+m} \cdot \frac{n}{n+m-1} = \frac{n(n+m-1)}{(n+m)(n+m-1)} = \frac{n}{n+m}.$$