امتحان الكفاءة المهنية لولوج الدرجة الأولى
من إطار أساتذة التعليم الثانوي التأهيلي
دورة شتنبر 2017
الموضوع

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	اختبار في ديدكتيك مادة التخصص : الرياضيات

مدة الإنجاز :	ثلاث ساعات
المعامل	1

تعليمات عامة

يتكون الاختبار من موضوعين مستقلين فيما بينهما في 4 صفحات الأولى منها خاصة بالتعليمات التالية :

1. يرجى من المترشح الإجابة عن أسئلة الاختبار بما يستحقه من دقة وعناية.
2. لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها.
3. لا يسمح باستعمال أي وثيقة خارج الاختبار.
4. يراعى عند التصحيح حسن تقديم ورقة التحرير والكتابة بخط واضح ومقروء.
5. يمكن للمترشح إنجاز أسئلة الاختبار حسب الترتيب الذي يناسبه شريطة الإشارة إلى رقم السؤال وموقعه في الموضوع.

مكونات الاختبار

الموضوع الأول	14 نقطة
الموضوع الثاني	06 نقط

Scanné avec CamScanner

الموضوع الأول: (14 نقطة)

قدم أستاذ مادة الرياضيات لتلامذته الوضعية التالية :

الفضاء منسوب إلى معلم $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1;2;3)$ و $B(2;-1;0)$ و $C(0;-3;1)$ و $D(-1;0;2)$

هل المستقيمان (AB) و (CD) متقاطعان؟

جاءت أجوبة بعض التلاميذ على النحو التالي :

➢ جواب التلميذ الأول

إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{AB}$ الموجهة للمستقيم (AB) هي $(-3,-3,1)$ وإحداثيات المتجهة $\overrightarrow{CD}$ الموجهة للمستقيم (CD) هي $(-1,3,1)$

بما أن هذه الاحداثيات غير متناسبة فإن المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ غير مستقيمية إذن المستقيمان (AB) و (CD) غير متوازيان و بالتالي فهما متقاطعان.

➢ جواب التلميذ الثاني

التمثيل البارمتري للمستقيم (AB) هو : $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=3-3t \end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$

التمثيل البامتري للمستقيم (CD) هو : $\begin{cases} x=-t' \\ y=-3+3t' \\ z=1+t' \end{cases}$, $t'\in\mathbb{R}$

تكون النقطة $M(x,y,z)$ نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (CD) إذا و فقط إذا كانت إحداثياتها تحقق المعادلتين البرامتريتين.

نحصل على النظمة: $\begin{cases} 1+t=-t' \\ 2-2t=-3+3t' \\ 3-3t=1+t' \end{cases}$

إنطلاقا من المعادلة الأولى نحصل على: $t'=-1-t$ ثم نعوض في المعادلة الثالثة فنحصل على $3-3t=1-1-t$ و هو ما يعطي $t=\frac{3}{2}$ و $t'=\frac{-5}{2}$

يمكن الآن تحديد إحداثيات النقطة مثلا بالتعويض في معادلة المستقيم (AB) فنحصل على $M\left(\frac{5}{2};\frac{-5}{2};\frac{-3}{2}\right)$.

إذن المستقيمان (AB) و (CD) يتقاطعان في النقطة $M\left(\frac{5}{2};\frac{-5}{2};\frac{-3}{2}\right)$.

Scanné avec CamScanner

الجزء الأول :

1) حلل نص الوضعية باعتماد المعايير التالية:
   أ) الإطار الذي توضع فيه الوضعية ؛ *(الدرس، الفئة المستهدفة والمقطع التعليمي)*
   ب) الأهداف التعليمية التعلمية المتوخاة من تقديم هذه الوضعية ؛
   ج) المعارف و التقنيات و المهارات التي يتطلبها التعامل مع هذه الوضعية ؛ *(يستحسن تقديم جدول يصنف فيه المطلوب)*
   د) العوائق المعرفية التي يمكن أن تعترض التلاميذ خلال التعامل مع هذه الوضعية.
2) حدد الخطوات المنهجية للتدبير الديدكتيكي لهذه الوضعية في الفصل.
3) أبرز القيمة الديدكتيكية المضافة التي يمكن أن يقدمها استعمال برنام معلوماتي لتعزيز النشاط المقترح.

الجزء الثاني :

1) أذكر الأخطاء التي ارتكبت في إجابة كل تلميذ.
2) حدد المصدر أو المصادر المحتملة لهذه الأخطاء.
3) قدم مثالين مع تعليل اختياراتك لأنشطة تمكن من تقويم تعلمات التلاميذ لتجاوز الخطأ المرتكب .

الجزء الثالث :

1) اقترح خطوات لحل التمرين يمكن تقديمها لتلامذة مستوى السنة الأولىَ علوم رياضية و تعتمد على الحل الثاني المقترح .
2) قدم صيغة جديدة للوضعية تتضمن أسئلة متدرجة تسمح بتوظيفها كتمرين تقويمي لمستوى أولى علوم تجريبية و ذلك بالتباع الخطوات المنهجية التالية :
   أ) تحديد القدرات المنتظرة المراد تقويمها ودورها في تكوين التلميذ ؛
   ب) تحديد المدة الزمنية المخصصة للإنجاز ؛
   ج) التمييز بين المكتسبات القبلية و المعرفة المراد اكتسابها ؛
   د) تحديد سلم تنقيط مدقق لكل مضمون انطلاقا من مدة إنجازه و من أهميته ؛
   ه) توزيع الأسئلة على المستويات المهارية الثلاثة الواردة في المذكرة 142 المنظمة للتقويم.

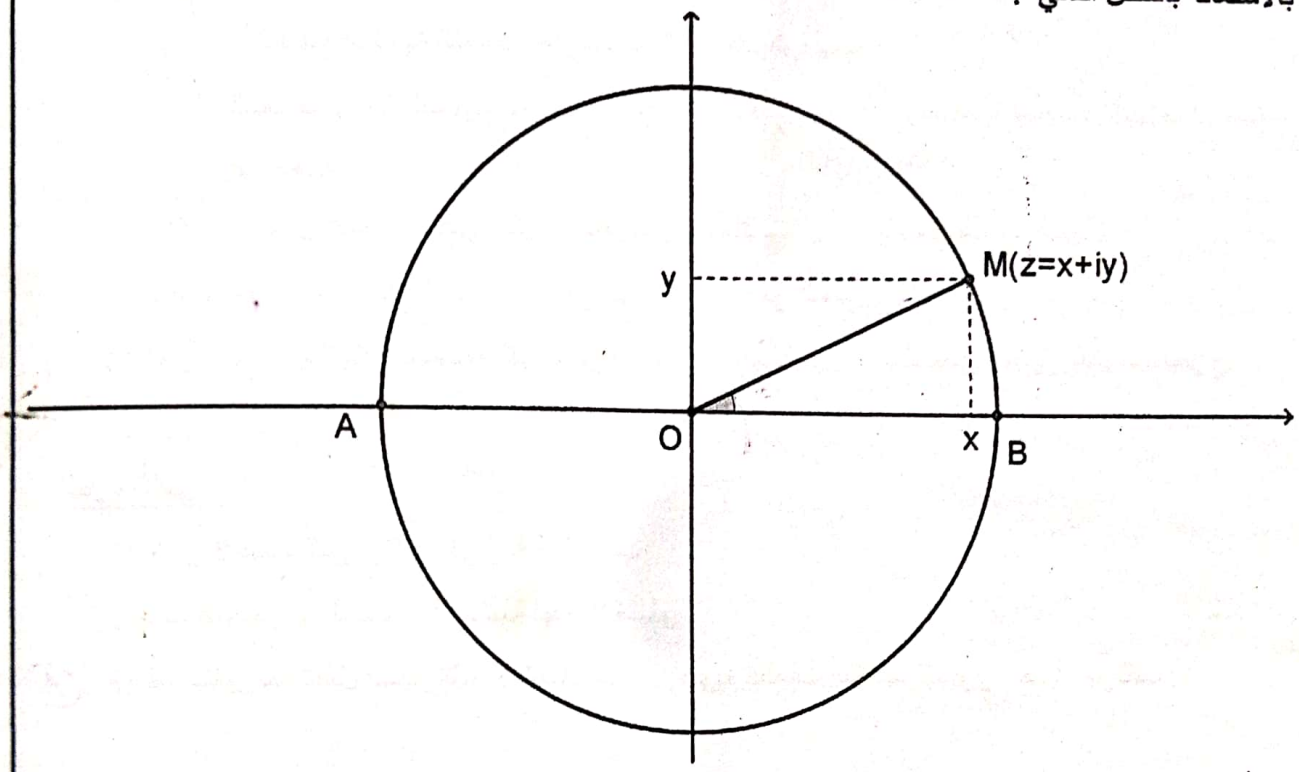
Scanné avec CamScanner

الموضوع الثاني : (06 نقط)

اقترح أستاذ مادة الرياضيات على تلامذته الوضعية التالية :

ليكن $z = x + iy$ حيث $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ عدد عقدي غير منعدم.

بالاستعانة بالشكل التالي :



بين أن :

$$\arg(z) \equiv 2\arctan\left(\frac{y}{x+\sqrt{x^2+y^2}}\right) \ [2\pi]$$

1) ما هي القيمة الديدكتيكية المضافة لدى المتعلم عند حل هذه الوضعية ؟
2) مفهوم arctan ينتمي إلى الإطار الدالي و قد تم إدراجه في هذه الوضعية في الإطار الهندسي، ما هي إيجابيات تغيير الإطار المعتمدة في هذه الوضعية ؟
3) اقترح حلا لهذه الوضعية يمكن تقديمه لتلامذة السنة النهائية من سلك الباكالوريا شعبة العلوم الرياضية.
4) أعط صياغة لهذه الوضعية على شكل أسئلة متدرجة و مفصلة حتى تكون تمرينا لتقوية التعلمات قابلا للانجاز في مدة زمنية يتم تحديدها وبالنسبة لمستوى دراسي تختاره.
5) اقترح شكلا هندسيا يتم فيه إبراز المتساوية :

$$\left(\forall x \in \mathbb{R}_+^*\right) \qquad \arctan x + \arctan\frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$$

Scanné avec CamScanner

فرض تأليفي في الرياضيات 2017

الموضوع الأول :

التمرين الأول :

أ) تحليل نص الوضعية :

* الأطراف :
  - الرسم : تحليلية الإشارة
  - الفضاء .
  - الفئة المستهدفة :
    أولى ثانوي علوم تجريبية
    و رياضيات
  - المقطع التعليمي :
    المدرسة الفضائية
    (الأوضاع النسبية لمستقيمين
    في الفضاء)

ب) * الأهداف والكفاءات التعليمية المستهدفة من الوضعية :
- توظيف الأدوات التحليلية لدراسة الأوضاع النسبية لمستقيمين في الفضاء .
(تمثيل ديكارتي أو بارامتري)

ج) * العوائق :
- الحدس
- شرط الاستقامية عند تعيين ثلاث نقط في الفضاء
- شرط الاستواء لثلاث متجهات أو أربع نقط في الفضاء
- تمثيل بارامتري و ديكارتي

* الكفاءات والقدرات :
- الكفاءة المستهدفة :
  - الأوضاع النسبية لمستقيمين في الفضاء .
  - حل المعادلات / المتراجحات .
- الكفاءات والقدرات :
  - الحساب الاتجاهي .
  - استحضار معارف غير معلنة في الوضعية :
    - القدرة على التمييز والربط بين النتائج المحصل عليها .
    - القدرة على خلق ترابطات بين المعطيات للوصول إلى الحل .

د) العوائق والصعوبات :
- عدم تمكن التلاميذ من قراءة الوضعية
- عدم القدرة على استحضار المعارف الأساسية لحل الوضعية .
- عدم القدرة على التمييز والربط بين النتائج المحصل عليها .
- عدم القدرة على التمييز بين الأوضاع النسبية في الفضاء والأوضاع النسبية في المستوى
- عدم القدرة على حل منظومة من ثلاث معادلات ومجهولين .

Scanné avec CamScanner

ج) الخطوات المنهجية لتدريس الوضعية في الفصل ٥

- مرحلة تقديم الوضعية:
  - تحفيز التلاميذ (بشكل مقتضب)
  - شرح المعطيات والتأكد من وضوح الأسئلة.
  - الاستعانة بنظام معلوماتي أو السبورة لتمثيل النقط.
- مرحلة البحث:
  - إتاحة الوقت الكافي للمتعلمين للبحث الفردي.
  - مراقبة وتتبع إنجازات التلاميذ.
  - رصد الأخطاء وتوجيه التلاميذ المتعثرين.
- مرحلة تقاسم نتائج البحث:
  - خلق جو سوسيو معرفي
  - تقاسم النتائج المحصل عليها.
- مرحلة التصحيح والعودة إلى الوضعية المحلولة استقصاء.
  - استغلال الأجوبة الصحيحة وتدوينها على السبورة
  - طرح أسئلة أخرى على النتائج المحصل عليها.
  - إعطاء فرصة للمتعلمين لتقديم أفكار أخرى على الحل.

ج) الفائدة الديداكتيكية لاستعمال تكنولوجيا المعلومات والتواصل في تدريس الوضعية:

- تمثيل المعطيات الهندسية: الفضاء يتيح تمثيلها على شكل صور ثلاثية الأبعاد.
- اكتشاف رؤية حقيقية لحجوم الأشكال الهندسية في الفضاء.
- إمكانية تحريك المجسمات الزوايا المستقيمة، المستوية، ...)
- تجاوز صعوبة تخيل المتعلم الأشكال في الفضاء.
- فرصة كبيرة لانتباه المتعلمين وتجاوز سلبية السبورة.

الجزء الثاني:

ج) الأخطاء المرتكبة:

- التلميذ الأول:
  - خطأ على مستوى تأويل وربط المعطيات متجهتين بالتساوي مستقيمتين.
- التلميذ الثاني:
  - نقل المعطيات صحيحة ولكن الخطأ (AB) إلى النقطة (3).
  - خطأ في حل المعادلة (عدم تعويض t بـ 4 في المعادلة)
  - عدم التحقق من شرط استقامية المتجهتين

Scanné avec CamScanner

② معادلات وسطية:

- تمهيد ①:

• المستوى الذي معرفة

- تمهيد ②:

• استراتيجية

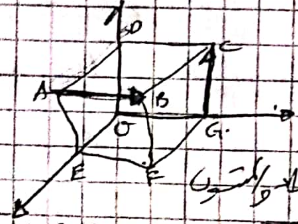
• تحليل

• استراتيجية

③ مثالين لتجاوز الأخطاء الكلاسيكية:

- مثال ①:

•



نأخذ هذا للتمييز بين التعامد في الفضاء والمستوى

1) • $\vec{AB}$ و $\vec{GC}$ مستقيميتان؟ (أحداث)

• هل (AB) و (GC) مستوائيتين؟

- مثال ②:

• $(\Delta_1): \begin{cases} x = \frac{1}{2} + t \\ y = \frac{1}{2} + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ $(\Delta_2): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$

$(\Delta_3): \begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases}$

• استحضار شرط الاستقامية

• التعرف على حالات التقاطع الممكنة باستعمال نشاطات التمثيل البارامتري

• حدد u_1 و u_2 و u_3 متجهات موجهة لـ (Δ_1) و (Δ_2) و (Δ_3)

• ادرس استقامية u_1 و u_2، u_2 و u_3، u_3 و u_1

• استنتج الوضع النسبي لكل من (Δ_1) و (Δ_2)، (Δ_1) و (Δ_3)، (Δ_2) و (Δ_3)

الجزء الثالث:

①

• دراسة استقامية $\vec{AB}$ و $\vec{CD}$.

• تحديد تمثيل بارامتري لـ (AB) و (CD)

• استنتاج نقطة ③ من التمثيل البارامترية.

• حل النظمة ثم تحديد قيمتي t و t' وتعويضهما في المعادلة البارامترية

• استنتاج وضع (AB) و (CD).

② صيغة الوضعية الجديدة:

ع	الأسئلة	مرحلة مقترحة	مدة زمنية	مؤشرات التقييم	معرفة مكتسبة	مستوى مهاري
4.50	1) حدد احداثيات $\vec{AB}$ و $\vec{CD}$ و $\vec{AC}$	توظيف	6 دقائق	حساب متجهات احداثيات متجهة بمعلم واستعمال الفضاء	تمكن التلميذ من تحديد احداثيات متجهة في الفضاء	مستوى مهاري ①
1.0	2) ادرس التعامد $\vec{AB}$ و $\vec{CD}$	الأدوات التحليلية	6 دقائق	حساب متجهة المجهولين باستعمال شرط الاستقامية	تمكن التلميذ من دراسة شرط التعامد متجهتين في الفضاء	مستوى مهاري ①
1.0	3) ادرس الاستوائية $\vec{AB}$ و $\vec{CD}$ و $\vec{AC}$	لدراسة الوضع النسبي	6 دقائق	حساب متجهات المحددة المرتبطة من درجة 3 شرط الاستواء	تمكن التلميذ من دراسة الاستواء متجهات في الفضاء	مستوى مهاري ②
0.50	4) استنتج الوضع النسبي (AB) و (CD)	لمستقيمين	6 دقائق	الوضع النسبي لمستقيمين في الفضاء	استنتاج التلميذ وضع مستقيمين من تعامد المتجهات	مستوى مهاري ②
			مجموع: 20د			

* الموضوع المناسب:

1) القيمة المضافة الرياضية:

- العناية على إقامة ترابطات بين المفاهيم الرياضية (دالة علمية tm) كمدخل عرضي.
- قدرة التلميذ على التعامل مع أكثر من مفاهيم مختلفة (زاوية - دالة علمية .....)
- قدرة التلميذ على اكتشاف أن الرياضيات وحدة متكاملة رغم اختلاف مجالاتها (الهندسة - تحليل ....)
- قدرة التلميذ على تبرير مسائل واستدلال البراهين المكتسبة وإعطاء أمثلة أخرى تتغير الأطوار.

2) إعطاء بيانات تتغير الأطوار:

- مساعدة التلميذ على تجاوز صعوبات الوضعية في أطوارها الأولى (الأول) من خلال تحويل الأطوار إلى الهندسي.
- تمكين من قدرة التبرير من خلال arctan.
- علاقة ترابطات بين مختلف الأطوار التي تبنى الرياضيات وحدة متكاملة.

3) حل الوضعية:

ليكن $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ حيث $z = x + iy$

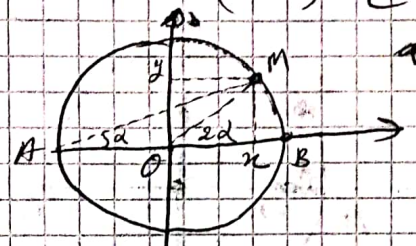
و $z \in \mathbb{C}^*$

لنبين أن:

$$\arg(z) \equiv 2\arctan\left(\frac{y}{x+\sqrt{x^2+y^2}}\right) [2\pi]$$

الحالة ①: $x > 0$ و $y > 0$.

نضع $\alpha = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM})$



لدينا $M\hat{A}B$ زاوية محيطية مرتبطة بالزاوية المركزية $M\hat{O}B$

إذن $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OM}) \equiv 2\alpha [2\pi]$

ولدينا:

$$\tan(\alpha) = \frac{y}{x+\sqrt{x^2+y^2}}$$

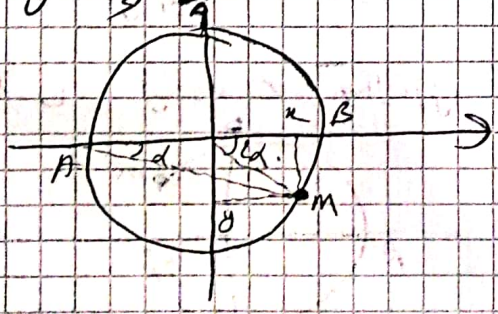
و منه $\alpha = \arctan\left(\frac{y}{x+\sqrt{x^2+y^2}}\right) [\pi]$

و منه $\arg(z) = (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OM}) \equiv 2\alpha [2\pi]$

إذن

$$\arg(z) \equiv 2\arctan\left(\frac{y}{x+\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$

الحالة ②: $x < 0$ و $y > 0$.



Scanné avec CamScanner

$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$: نستنتج

$$\arg(z) \equiv 2\arctan\left(\frac{y}{x+\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$

ج) يوضح أن $\alpha \equiv (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) \ [2\pi]$

أ) بين أن:

$$\tan(\alpha) = \frac{y}{x+\sqrt{x^2+y^2}}$$

ب) تحقق أن:

$$\arg(z) \equiv 2\alpha \ [2\pi]$$

ثم استنتج أنه إذا كان

$y > 0$ و $x < 0$

فإن $\arg(z) = \arctan\left(\frac{y}{x+\sqrt{x^2+y^2}}\right)$

ج) بين أنه إذا كان $y > 0$ و $x < 0$

فإن:

$$\tan(\alpha) = \frac{y}{x+\sqrt{x^2+y^2}}$$

ب) استنتج أن:

$$\arg(z) \equiv 2\arctan\left(\frac{y}{x+\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$

3) بين:

$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$

$$\arg(z) \equiv 2\arctan\left(\frac{y}{x+\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$

استنتج العبارة المختصرة لـ $\arg(z)$ من أجل كل عدد حقيقي x سالب تماما.

ثم احسب $\arg(z)$ من أجل $x = 0$ و $y > 0$.

نستنتج العبارة المختصرة لـ $\arg(z)$ من أجل كل عدد حقيقي x سالب تماما.

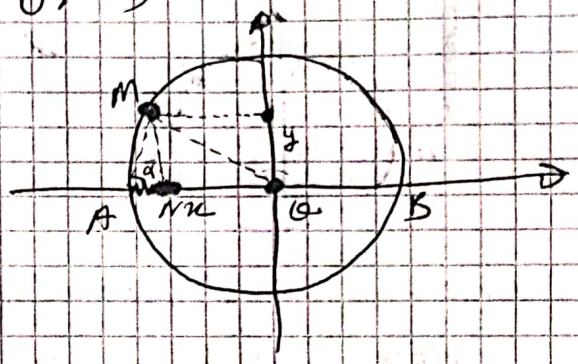
$$\alpha = \arctan\left(\frac{y}{x+\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$

$$\arg(z) \equiv (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OM}) \ [2\pi]$$

$$\equiv 2\alpha \ [2\pi]$$

$$\equiv 2\arctan\left(\frac{y}{x+\sqrt{x^2+y^2}}\right) \ [2\pi]$$

$y > 0$ ، $x < 0$: ③ حالة



$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) \equiv \alpha \ [2\pi]$$

$$(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OM}) \equiv 2\alpha \equiv \arg(z) \ [2\pi]$$

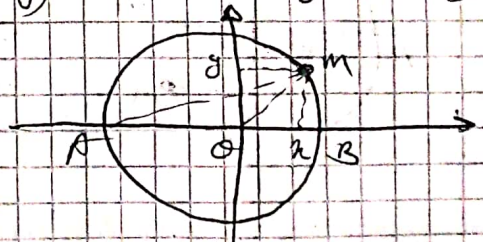
$$\tan\alpha = \frac{y}{AN} = \frac{y}{x+\sqrt{x^2+y^2}} \quad (x<0)$$

$$\alpha \equiv \arctan\left(\frac{y}{x+\sqrt{x^2+y^2}}\right)$$ نستنتج

نستنتج الطريقة المختصرة لحساب $\arg(z)$ من أجل $y > 0$ و $x < 0$

4) نستنتج طريقة لحساب $\arg(z)$ من أجل كل عدد مركب غير معدوم.

$(x,y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ ، $z = x+iy$ ليكن



Scanné avec CamScanner

(خاصية مميزة) (5

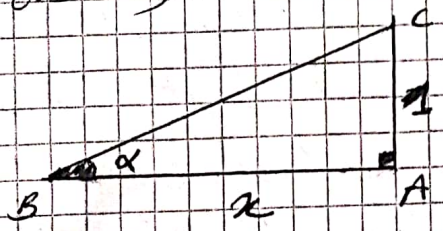
نتيجة هامة جدا يجب تذكرها:

$(\forall x \in \mathbb{R}_+^*)$; $\arctan x + \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$

البرهان:

ليكن ABC مثلث قائم في A ، ونضع: $AB = x$ ، $AC = 1$

$\hat{B} \equiv \alpha \ [2\pi]$ ←



(α) يبين أن

$\arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$

Scanné avec CamScanner