امتحان الكفاءة المهنية لولوج الدرجة الأولى
من إطار أساتذة التعليم الثانوي التأهيلي
دورة دجنبر 2021
الموضوع

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

المادة	اختبار في ديداكتيك مادة التخصص : الرياضيات

مدة الإنجاز :	ثلاث ساعات
المعامل	1

www.educaprof.com

تعليمات عامة

يتكون اختبار ديداكتيك مادة الرياضيات من ثلاثة مواضيع مستقلة فيما بينها **في 5 صفحات** الأولى منها خاصة بالتعليمات التالية:

1. يرجى من المترشح (ة) الإجابة عن أسئلة الاختبار بما تستحقه من دقة وعناية.
2. لا يسمح باستعمال الآلة الحاسبة كيفما كان نوعها.
3. لا يسمح باستعمال أي وثيقة خارج نص الاختبار.
4. يراعى عند التصحيح حسن تقديم ورقة التحرير والكتابة بخط واضح ومقروء.
5. يمكن للمترشح (ة) إنجاز أسئلة الاختبار حسب الترتيب الذي يناسبه شريطة الإشارة إلى رقم السؤال وموقعه في الموضوع.

مكونات الاختبار

الموضوع الأول	10 نقط
الموضوع الثاني	3 نقط
الموضوع الثالث	7 نقط

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

www.educaprof.com

الموضوع الأول: (10 نقط)

نقترح عليك الوثيقة التالية (**وثيقة 1**) المكونة من سلسلة تمارين اقترحها أستاذ على تلاميذ الجذع المشترك العلمي:

الوثيقة 1

Equations, inéquations et systèmes

Ex01 : Soit a et b deux entiers naturels.
Résoudre et discuter dans $\mathbb{N}$ l'équation :

$$\frac{a}{x-b}+\frac{b}{x-a}=2$$

Ex02 :
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

1) $x^2-2x-2|x-1|-2=0$

2) $x^2+x+2\sqrt{x^2+x+2}-6=0$

Ex03 :
Soient S et T les ensembles des solutions, dans $\mathbb{R}$, respectifs des équations :

$$x^2+x+p=0 \quad \text{et} \quad x^2+qx-3=0$$

Déterminer les valeurs de p et q sachant que : $S\cup T=\{-2;-1;1;3\}$.

Ex04 : Déterminer les valeurs du paramètre réel m pour que l'équation d'inconnue x :

$$(m-2)x^2-(m-4)x+m-3=0$$

ait deux solutions α et β telles que :
$\alpha<1<\beta$

Ex05 :
1) Montrer que, pour tout nombre réel m, l'équation : $x^2-m(m-2)x-(m-1)^2=0$. admet deux solutions distinctes α et β.
2) Déterminer les valeurs de m pour que :

$$2\sqrt{\alpha+\beta-2(m-2)}-3\sqrt{-\alpha\beta}\geq 1$$

Ex06 :
1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$$|x^2-5x+7|\leq 1.$$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système :

$$\begin{cases}\frac{2}{x}+3\sqrt{y}=8\\ \frac{3}{x}-5\sqrt{y}=-7\end{cases}$$

1) a) حدد (ي) موقع هذا الدرس في التوزيع الدوري الرسمي.
b) حسب مذكرة المراقبة المستمرة 08- 142الصادرة بتاريخ 16 نونبر 2007 تحت موضوع : التقويم التربوي بالسلك الثانوي التأهيلي لمادة الرياضيات، ما هو الرقم التسلسلي للفرض المحروس الذي يندرج فيه هذا الدرس كمكون؟
2) ماهي القدرات المنتظرة من هذا الدرس؟
3) a) أعط تعريفا لمفهوم المهارة في المجال التربوي.
b) حدد (ي) مهارة واحدة يتطلبها إنجازكل من التمرينين المرقمين بـ 01 و03.
4) سنركز في هذا السؤال على التمرين رقم 02 الوارد في **الوثيقة 1.**
a) اقترح (ي) طريقتين لحل هذا التمرين.
b) ما هي المكتسبات القبلية الضرورية لإنجاز هذا التمرين؟
c) حدد (ي) صعوبتين متوقعتين لدى التلاميذ أثناء انجاز هذا التمرين.
5) هل يمكن اقتراح التمرين رقم 05 كنشاط تقويمي في كل حالة من الحالات التالية ؟ علل جوابك.
a) فرض محروس؟
b) فرض منزلي؟

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

www.educaprof.com

6) يعتبر محمد بن موسى الخوارزمي (781م - 847م) من أبرز علماء الرياضيات المسلمين و ساهم بشكل فعال في حل المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد. جاء في مؤلفه " الجبر والمقابلة " ما يلي:

الوثيقة 2

المقتطف الأول: "ووجدت الأعداد التي يحتاج إليها في حساب الجبر و المقابلة على ثلاثة ضروب و هي جذور وأموال وعدد مفرد لا ينسب إلى جذر ولا إلى مال . فالجذر منها كل شيء مضروب في نفسه من الواحد وما فوقه من الأعداد وما دونه من الكسور، والمال كل ما اجتمع من الجذر المضروب في نفسه. والعدد المفرد كل ملفوظ به من العدد بلا نسبة إلى جذر ولا إلى مال" ص16 وص17

المقتطف الثاني: "فأما الأموال والجذور التي تعدل العدد فمثل قولك مال وعشرة أجذاره يعدل تسعة وثلاثين درهما ومعناه أي مال إذا زدت عليه مثل عشرة أجذاره بلغ ذلك تسعة وثلاثين، فبابه أن تنصف الأجذار وهي في هذه المسألة خمسة فتضربها في مثلها فتكون خمسة وعشرين فتزيدها على التسعة والثلاثين فتكون أربعة وستين فتأخذ جذرها وهو ثمانية فتنقص منه نصف الأجذار وهو خمسة فيبقى ثلاثة وهو جذر المال الذي تريد والمال تسعة" ص18وص19.

المصدر: كتاب الجبر والمقابلة لمحمد بن موسى الخوارزمي، تقديم وتعليق: د. علي مصطفى مشرفة و د. محمد مرسي أحمد، مطبعة بول باريه 1937.

بعد قراءتك **للوثيقة 2** أجب عن الأسئلة التالية:

a) اعط صياغة جديدة باستعمال الترميز الحالي للمعادلة الواردة في المقتطف الثاني.

b) حدد (ي) الطريقة التي اعتمدها الخوارزمي في حل المعادلة موضوع السؤال 6) a)

c) حدد (ي) أداة أساسية وظفها الخوارزمي في صياغة هذا الحل.

d) ما هي حدود الطريقة التي اعتمدها الخوارزمي في حل المعادلة؟

e) أعد (ي) بلغة الخوارزمي صياغة المعادلة: $3x+4=x^2$.

الموضوع الثاني: (3 نقط)

واصل أستاذ مادة الرياضيات تقديم فقرة الاستدلالات الرياضية من درس مبادئ في المنطق لقسم من مستوى الأولى علوم تجريبية، وذلك بالتطرق إلى **الاستدلال بالخلف**. بدأ الأستاذ بإعطاء الخاصية التي ينبني عليها الاستدلال بالخلف:

خاصية: لكل عبارتين P و Q لدينا العبارة: $\left[\left(\overline{P}\Rightarrow Q\right) \text{ و } \left(\overline{P}\Rightarrow \overline{Q}\right)\right]\Rightarrow P$ قانون منطقي.

عقب ذلك قدم الأستاذ التمرين التطبيقي التالي:

بين باستعمال الاستدلال بالخلف أن: $\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$.

قام الأستاذ بتحرير الجواب على السبورة كما يلي:

نفترض أن $\sqrt{2}\in\mathbb{Q}$ إذن: $\exists(a;b)\in\mathbb{N}\times\mathbb{N}^*/\ \sqrt{2}=\frac{a}{b}$ حيث أن a و b أوليان فيما بينهما.

ومنه: $a^2=2b^2$ $(*)$

نستنتج من المتساوية $(*)$ أن a^2 عدد زوجي إذن a عدد زوجي. وهذا يعني أن: $\exists k\in\mathbb{N}, a=2k$

وبالتعويض في $(*)$، نحصل على: $4k^2=2b^2$ أي: $b^2=2k^2$. إذن b^2 زوجي ومنه: b زوجي.

وبالتالي العدد 2 قاسم مشترك لكل من a و b وهذا تناقض.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

www.educaprof.com

تساءل أحد التلاميذ عن غياب العبارتين P و Q في جواب الأستاذ فسأله: " أين P و Q يا أستاذ؟"
وكان جواب الأستاذ: "نقوم عادة بالبرهان بالخلف بهذه الطريقة والمهم لدينا هو إيجاد التناقض".

الأسئلة الموجهة للمترشح (ة):

1) اذكر(ي) باقي الاستدلالات الرياضية المقررة في درس مبادئ في المنطق.
2) ماهي المبادئ التي يعتمد عليها الاستدلال بالخلف؟
3) حدد(ي) العبارتين P و Q المعبر عنهما في الخاصية والتي لم يتطرق إليهما الأستاذ في جوابه عن التمرين.
4) حدد(ي) ثلاثة مشاكل ديداكتيكية يطرحها تدريس الاستدلال بالخلف.
5) ماهي المرحلة التي لم يدقق فيها الأستاذ جوابه عند حله للتمرين التطبيقي؟
6) تشير التوجيهات التربوية إلى أن درس المنطق لا ينتهي بانتهاء هذا الفصل بل ينبغي استثمار نتائجه، كلما سنحت الفرصة لذلك، بمختلف فصول المقرر اللاحقة.
اقترح(ي) وضعية محلولة في كل من الدرسين التاليين يتم فيهما توظيف الاستدلال بالخلف:
   - المتتاليات العددية.
   - الهندسة الفضائية.
7) اقترح وضعية محلولة يتطلب إنجازها اعتماد طريقتين مختلفتين:
   - طريقة أولى بتوظيف الاستدلال بالخلف.
   - طريقة ثانية بتوظيف الاستدلال المضاد للعكس.

الموضوع الثالث: (7 نقط)

اقترحت أستاذة مادة الرياضيات على تلامذتها في قسم من مستوى السنة الثانية بكالوريا شعبة العلوم التجريبية، مسلك علوم فيزيائية، التمرين التالي:

التمرين: يحتوي كيس على كرتين حمراوين وثلاث كرات خضراء وأربع كرات بيضاء لا يمكن التمييز بينها باللمس. نسحب بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من هذا الكيس.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المسحوبة.
أحسب: $P(X=2)$.

جاءت أجوبة ثلاثة تلاميذ على الشكل التالي:

جواب التلميذة أمال	جواب التلميذ أحمد	جواب التلميذ محمد
الحدث $(X=2)$ يعني الحصول على كرتين بيضاوين بالضبط من بين الكرات الثلاث المسحوبة. ومنه: $P(X=2)=\dfrac{3\times A_4^2\times A_5^1}{A_9^3}$ $=\dfrac{3\times 12\times 5}{504}$ $=\dfrac{5}{14}$	الحدث $(X=2)$ يعني نسحب بالتتابع وبدون إحلال كرتين بيضاوين وكرة غير بيضاء. ومنه: $P(X=2)=\dfrac{A_4^2\times A_5^1}{A_9^3}$ $=\dfrac{12\times 5}{504}$ $=\dfrac{5}{42}$	تتكون التجربة من إعادة الاختبار ثلاث مرات متتالية، احتمال سحب كرة بيضاء في اختبار واحد هو $\dfrac{4}{9}$. ومنه X متغير عشوائي حداني وسيطاه 3 و $\dfrac{4}{9}$. ومنه: $P(X=2)=C_3^2\times\left(\dfrac{4}{9}\right)^2\times\left(\dfrac{5}{9}\right)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

www.educaprof.com

1) حلل أجوبة التلاميذ الثلاثة مستعينا بالجدول التالي:

	جواب صحيح	جواب خطأ	التعليل
التلميذة أمال	✓		
التلميذ أحمد	✓		
التلميذ محمد		✓	

2) ما هي مصادر الأخطاء التي رصدتها في أجوبة التلاميذ؟ علل (ي) جوابك.

3) اقترح (ي) وضعية داعمة ارتباطا بكل خطأ مرصود.

4) ما هي التعديلات التي يمكن إدخالها على معطيات نص التمرين لكي يصبح المتغير العشوائي X حدانيا وسيطاه 4 و $\frac{4}{9}$.

5) يطرح تقديم درس الاحتمالات عدة صعوبات، حدد ثلاثة منها معللا جوابك.

6) تشير التوجيهات التربوية إلى إدراج مفهوم المحاكاة (Simulation) في حساب الاحتمالات.

a) ما المقصود بمفهوم المحاكاة؟

b) اذكر(ي) ثلاث دوال (Fonctions) للمبرمج (Excel) تسمح بمحاكاة تجربة عشوائية.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مقترح تصحيح امتحان الكفاءة المهنية لولوج الدرجة الأولى من إطار أساتذة التعليم الثانوي التأهيلي

– دورة دجنبر 2021–

الموضوع الأول (10 نقط)

من إنجاز الأستاذين: الحسن بولنبا وعلي تاموسيت

ملاحظة عامة

من خلال قراءةٍ في اختبار ديداكتيك الرياضيات، نلاحظ أنه استهدف المستويات الثلاثة للسلك الثانوي التأهيلي للشعب العلمية (الجذع المشترك العلمي، الأولى بكالوريا علوم تجريبية، الثانية بكالوريا علوم تجريبية)، وهو ما يستوجب اطلاعا جيدا على برامج وتوجيهات وخصوصيات جميع المستويات والشعب المكونة لهذا السلك. كما أن المواضيع المقترحة متنوعة (اقتراح سلسلة تمارين، نص تاريخي، مقطع من حل تمرين تطبيقي مقترح من طرف أستاذ، إنتاجات متعلمين) وتتطلب اطلاعا جيدا على مجموعة من الوثائق التربوية(التوجيهات التربوية والمذكرة 08-142) بالإضافة إلى القراءات التكوينية الشخصية.

قراءة سريعة للموضوع

خُصص للموضوع الأول نصف النقطة الإجمالية لاختبار ديداكتيك الرياضيات. ويتكون هذا الموضوع من جزأين في كل واحد منهما يتم الاشتغال على وثيقة بيداغوجية.

فبالنسبة للجزء الأول تم اقتراح سلسلة من ستة تمارين حول درس المعادلات والمتراجحات والنظمات لمستوى الجذع المشترك العلمي، وقد استهدف هذا الجزء قياس مدى تمكن المدرس من مَعلمة درس ضمن تسلسلين مترابطين (ترتيب وفق التوزيع الدوري الرسمي والآخر ترتيب يستند على تحديد الفرض المحروس المتضمن للدرس وفق المذكرة 08-142) وأيضا مدى تمكن المدرس من تحديد القدرات المنتظرة. واستهدف هذا الجزء كذلك دراسة بعض التمارين من خلال تحديد المكتسبات القبلية الضرورية للإنجاز والصعوبات المرتقبة وكذلك مدى ملاءمة هذه التمارين لاقتراحها ضمن فرض محروس أو فرض منزلي.

والملحوظ كذلك، إدراج سؤال معرفي حول اقتراح تعريف لمفهوم المهارة في المجال التربوي واستثمار هذا المفهوم لربط تمرين أو أكثر بمهارة محددة يتطلبها الحل.

وفيما يخص الجزء الثاني للموضوع، فيمكن اعتباره منسجما مع الجزء الأول لكونه يستهدف حل بعض المعادلات باستعمال طريقة الخوارزمي، وهو ما يشكل مدخلا لتقديم المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد باعتماد سياق تاريخي "محفز". وتجدر الإشارة إلى أن الجواب على أسئلة هذا الجزء يتطلب استيعابا جيدا للمقتطفين المكوِنَين للوثيقة المقترحة.

ملاحظة هامة: يرجى قراءة نص الموضوع الأول في المرفقات أسفله قبل الشروع في الاطلاع على الحل المقترح.

السؤال الأول :

a)- يأتي درس المعادلات والمتراجحات والنظمات، حسب التوزيع الدوري الرسمي لمستوى الجذع المشترك العلمي، سابعا في ترتيب دروس الدورة الأولى بين درسي الحدوديات والحساب المثلثي، وخامسا ضمن مكون مجموعات الأعداد والحساب العددي (حسب التوجيهات التربوية).

b)-حسب منطوق مذكرة المراقبة المستمرة 08-142، يندرج درس المعادلات والمتراجحات والنظمات كمكون ضمن الفرض المحروس الثالث للدورة الأولى.

السؤال الثاني :

انطلاقا من التوجيهات التربوية، القدرات المنتظرة من درس المعادلات والمتراجحات والنظمات هي كالآتي:

- حل معادلات ومتراجحات تؤول في حلها إلى معادلات ومتراجحات من الدرجة الأولى أو الثانية بمجهول واحد.
- حل نظمات من الدرجة الأولى بمجهولين باستعمال مختلف الطرائق (التأليفة الخطية، التعويض، المحددة).
- ترييض وضعيات تتضمن مقادير متغيرة باستعمال تعابير أو معادلات أو متراجحات أو متفاوتات أو نظمات.
- التمثيل المبياني لحلول متراجحات أو نظمات متراجحات من الدرجة الأولى بمجهولين واستعماله في تجويه المستوى وحل مسائل بسيطة حول البرمجة الخطية.

السؤال الثالث:

a)- في المجال التربوي، يقصد بالمهارة قدرة المتعلم على القيام بإنجاز مهمة بدقة وإتقان.
ويعرفها عبد الكريم غريب، في معجم المنهل التربوي (منشورات علوم التربية، الطبعة الأولى، 2006)، هدفا من أهداف التعليم، يشمل كفايات المتعلمين وقدرتهم على أداء مهام معينة بكيفية دقيقة أو متناسقة أو ناجعة ...؛ ويترجم هذا الأداء درجة التحكم في أهداف إتقان Savoir-faire ...؛

b)-يتطلب إنجاز كل من التمرينين المرقمين 01 و 03 توظيفا لمهارة التحليل والتركيب.

السؤال الرابع :

a)- اقتراح طريقتين لحل التمرين رقم 02:

	الطريقة الأولى	الطريقة الثانية	الطريقة الثالثة
المعادلة (1)	تغيير "المتغير" بوضع $t=\lvert x-1\rvert$	إتمام متطابقة هامة للحصول على المعادلة المكافئة $\left(\lvert x-1\rvert-1\right)^2-4=0$	فصل الحالات
المعادلة (2)	تغيير "المتغير" بوضع $t=\sqrt{x^2+x+2}$	إتمام متطابقة هامة للحصول على المعادلة المكافئة $\left(\sqrt{x^2+x+2}+1\right)^2-9=0$	

b)-جرد المكتسبات القبلية الضرورية لإنجاز التمرين رقم 02:

المعادلة (1)	المعادلة (2)
❖ المتطابقات الهامة ❖ خصائص القيمة المطلقة ❖ حل معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد ❖ حل معادلات بسيطة تحتوي على القيمة المطلقة	❖ دراسة إشارة ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية ❖ المتطابقات الهامة ❖ خاصيات الجذور المربعة ❖ حل معادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد

c)-صعوبتان متوقعتان لدى التلاميذ لإنجاز التمرين رقم 02:

- اختيار "المتغير" المناسب لجعل المعادلة تؤول إلى معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد.
- تحديد حلول المعادلتين الأصليتين انطلاقا من حلول المعادلات المنبثقة عن كل واحدة منهما (المعادلتين الأصليتين)، وخصوصا في حالة اعتماد طريقة فصل الحالات بالنسبة للمعادلة الأولى.

السؤال الخامس :

إمكانية اقتراح التمرين رقم 05 كنشاط تقويمي في الحالتين التاليتين:

a)-فرض محروس: بالرجوع إلى التوجيهات التربوية، نجد أن المعادلات البارامترية من الدرجة الثانية تعتبر خارج المقرر. وعليه، لا يمكن اقتراح هذا التمرين في هذه الحالة.

b)-فرض منزلي: يعتبر هذا النوع من التمارين فرصة لتنمية قدرات المتعلم على الاستدلال بفصل الحالات في سياق حل المعادلات وهو ما ينسجم مع التوجيهات التربوية. ومنه، يمكن اقتراح هذا التمرين في هذه الحالة.

السؤال السادس :

a)- من خلال قراءة للمقتطف الأول، نستنتج أن:

الجذر	المال	العدد المفرد
المجهول x	مربع المجهول x^2	العدد المعلوم

ومنه الصياغة الجديدة للمعادلة الواردة في المقتطف الثاني (مال وعشرة أجذاره يعدل تسعة وثلاثين درهما) هي: $x^2+10x=39$.

b)-تحديد الطريقة التي اعتمدها الخوارزمي في حل المعادلة السابقة من خلال المقتطف الثاني:

فأما الأموال والجذور التي تعدل العدد فمثل قولك مال وعشرة أجذاره يعدل تسعة وثلاثين درهما ومعناه أي مال إذا زدت عليه مثل عشرة أجذاره بلغ ذلك تسعة وثلاثين، فبابه أن **تنصف الأجذار**(1) وهي في هذه المسألة خمسة **فتضربها في مثلها**(2) فتكون خمسة وعشرين **فتزيدها**(3) على التسعة والثلاثين فتكون أربعة وستين **فتأخذ جذرها**(4) وهو ثمانية **فتنقص منه نصف الأجذار**(5) وهو خمسة **فيبقى ثلاثة وهو جذر المال** الذي تريد والمال تسعة.

انطلاقا من المقتطف السابق، نورد الطريقة المعتمدة من طرف الخوارزمي في الخطوات التالية:

- **الخطوة (1):** تحديد نصف الأجذار $\frac{10}{2}=5$
- **الخطوة (2):**تربيع نصف الأجذار $5^2=25$
- **الخطوة (3):**إضافة العدد المفرد لمربع نصف الأجذار $25+39=64$
- **الخطوة (4):**تحديد جذر الناتج وهو $\sqrt{64}=8$
- **الخطوة (5):**تحديد جذر المال وهوالناتج الأخير منقوص منه نصف الأجذار $8-5=3$

تُعرف هذه الطريقة تحت مسمى طريقة استكمال المربع La méthode de la complétion du carré (ولها ما يبررها هندسيا).

c)- الأداة الأساسية التي وظفها الخوارزمي لحل المعادلة السابقة هي إتمام المربعات، وبالتعبير الحالي استعمل الشكل القانوني لثلاثية الحدود من الدرجة الثانية.

d)- حدود الطريقة التي اعتمدها الخوارزمي في حل المعادلة السابقة هي:

- صالحة فقط للمعادلات من نوع $x^2+ax=b$ حيث a و b عددان صحيحان طبيعيان يحققان $\left(\frac{a}{2}\right)^2+b$ مربع كامل.
- في حالة وجود حلول فإنها تمكن من الحصول على الحل الموجب فقط.

e)-المعادلة $3x+4=x^2$ تصاغ بلغة الخوارزمي كما يلي: مال يعدل ثلاثة أجذاره مضاف إليها أربعة دراهم.

ملحق حول إسهامات الخوارزمي في حل المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد



يعتبر محمد بن موسى الخوارزمي صاحب أقدم مؤلف عربي في علم الجبر بعنوان "كتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة" كما أنه أول من فصل بين علمي الحساب والجبر، ويقصد بكلمتين "الجبر" و"المقابلة" العمليات المساعدة لكتابة كل معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد على أحد الأشكال الست التالية:

1) $ax^2 = bx$ **2)** $ax^2 = c$

3) $bx = c$ **4)** $ax^2 + bx = c$

5) $ax^2 + c = bx$ **6)** $ax^2 = bx + c$

حيث الأعداد a و b و c أعداد معلومة موجبة.

رغم الاختلاف البسيط من مؤلف لآخر بخصوص استعمال المصطلحين التقنيين "جبر" و"مقابلة" إلا أنه عموما الكلمة الأولى يقصد بها نقل الحدود من طرف لآخر في المعادلة لتكون جميعها مسبوقة بإشارة موجبة.

وهكذا فإن المعادلة: $12x^2 - 8x + 1 = 7x^2 - 3$

تتحول بالجبر إلى: $12x^2 + 1 + 3 = 7x^2 + 8x$ ،

أما "المقابلة" فيقصد بها حذف الحدود المتشابهة من طرفي المعادلة، فالمعادلة:

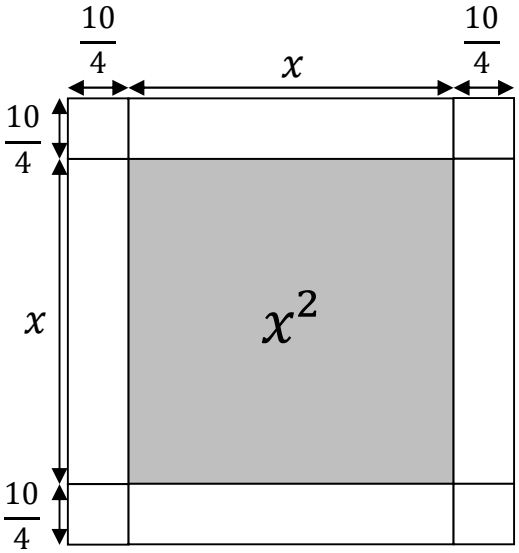
تصبح بالمقابلة: $5x^2 + 4 = 8x$.

وتجدر الإشارة إلى أن المسلمون لم يستخدموا الحروف الأبجدية التي نستخدمها حاليا، فقد كانت تعبيراتهم تعكس أصول الجبر في المعاملات التجارية وفي معالجة المسائل المتعلقة بالمواريث. فكلمة "مال" استخدمت أصلا لتدل على الكمية المجهولة في المعادلات الخطية، ثم أصبحت بعد ذلك تعني مربع الكمية في مقابل "الجذر" بينما كلمة "شيء" استخدمت لتدل على الكمية المجهولة.

قدم الخوارزمي حلا لمعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد مستخدما في ذلك طريقة هندسية تعتمد على حساب مساحة كل من المربع والمستطيل.

على سبيل المثال، المعادلة: $x^2 + 10x = 39$ (عرفت هذه المعادلة باسم الخوارزميو هي موجودة تقريبا في جميع الكتيبات الجبرية العربية والأوروبية المؤلفة في العصور الوسطى).

يتكون الحل الهندسي لهذه المعادلة برسم مربع طول ضلعه x، ثم يرسم على طول كل ضلع من أضلاع المربع مستطيل عرضه $\frac{10}{4}$ وتستكمل الأركان بمربعات طول أضلاعها $\frac{10}{4}$. وبذلك تكون مساحة المربع الرئيسي x^2، ومساحة كل مستطيل $\frac{10}{4}x$ ومساحة كل من المربعات الصغيرة $\left(\frac{10}{4}\right)^2$.



الشكل: استكمال المربع

ومنه تكون المساحة الإجمالية للمربع هي: $x^2 + 4 \times \frac{10}{4}x + 4 \times \left(\frac{10}{4}\right)^2$.

وبما أن: $x^2 + 10x = 39$، فإن مساحة المربع هي: $39 + 25 = 64$، وبهذا يكون طول ضلعه: $x + 2 \times \frac{10}{4} = 8$، و منه: $x = 3$.

وللإشارة فقط فهذه من خلال هذا المثال تمكنا من إيجاد الحل الموجب للمعادلة $x^2 + 10x = 39$.

الطريقة الهندسية التي اقترحها الخوارزمي لحل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد تقدم لنا مثالا في حل المسائل بتغيير الإطار «changement de cadre».

المراجع و المصادر:

- دونالد ر. هيل (تأليف) د. أحمد فؤاد باشا (ترجمة): العلوم والهندسة في الحضارة الإسلامية لبنات أساسية في صرح الحضارة الإنسانية،عالم المعرفة عدد 305، 2004.
- البرنامج التلفزيوني: علماء المسلمين للدكتور إسماعيل سراج الدين

http://www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=jx9b6WPse8E

- B. HAUCHECORNE et D. SURATTEAU : Des mathématiciens de A à Z, ellipses, 1996.