FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès à la Faculté de Médecine et de Pharmacie

Année universitaire 2020–2021

2020

Énoncé

Q1 Si z est le nombre complexe de module $\sqrt{2}$ et d'argument $\frac{\pi}{3}$, alors z^8 est égal à :

A $8+i8\sqrt{3}$ B $-8+i8\sqrt{3}$
C $-8-i8\sqrt{3}$ D $8-i8\sqrt{3}$
E $4+i4\sqrt{3}$

Q2 Si θ est un nombre réel, alors $\cos^3\theta$ est égal à :

A $\frac{1}{8}(\cos 3\theta+3\cos\theta)$
B $\frac{1}{4}(\cos 3\theta+3\cos\theta)$
C $\frac{1}{4}(\sin 3\theta+3\sin\theta)$
D $\frac{1}{8}(3\cos\theta-\cos 3\theta)$
E $\frac{1}{8}(\sin 3\theta+3\sin\theta)$

Q3 Si $x\in]0,1[$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty}(1-x)^n(1+x)^n$ est égale à :

A $+\infty$ B $-\infty$ C 0 D -1 E 1

Q4 Le domaine de définition de la fonction f définie par $f(x)=\frac{1}{x-1}\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$ est :

A $]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$
B $]-1,1[\cup]1,+\infty[$
C $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$
D $]-\infty,-1[\cup]0,1[\cup]1,+\infty[$
E $]-1,1[$

Q5 Si $f(x)=(x^2-x)\,e^{\frac{1}{x}}$, alors $f'(x)$ est égale à :

A $(2x-1)e^{\frac{1}{x}}$
B $\left(1-\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$
C $\left(\frac{1}{x}-1\right)e^{\frac{1}{x}}$
D $\left(2x-2+\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$
E $\left(2x-\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$

Q6 Si z est un nombre complexe tel que $\arg(z-1)\equiv\frac{2\pi}{3}\ [2\pi]$ et $\arg(z+1)\equiv\frac{\pi}{3}\ [2\pi]$, alors z est égal à :

A $\sqrt{3}\,i$ B $2\sqrt{3}\,i$
C $-\sqrt{3}\,i$ D $-2\sqrt{3}\,i$
E $1+\sqrt{3}\,i$

Q7 Si $z=1+ie^{i\frac{\theta}{2}}$ où $\theta\in]-\pi,\pi[$, alors $|z|$ est égal à :

A 2 B $2\cos\frac{\theta}{2}$
C $2\cos\frac{\theta+\pi}{4}$ D $\cos\frac{\theta+\pi}{4}$
E $2\sin\frac{\theta}{4}$

Q8 $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n}$ est égale à :

A 0 B e^{-4} C e^4 D e E 1

Q9 Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ une suite géométrique de premier terme $u_1=2$ et de raison $q=\frac{1}{3}$. Alors le produit $u_1\times u_2\times\cdots\times u_n$ $(n\geq 1)$ est égal à :

A $2^n\cdot 3^{\frac{n(n-1)}{2}}$ B $\frac{2^n}{3^{\frac{n(n-1)}{2}}}$
C $\frac{2^n}{3^{\frac{n(n+1)}{2}}}$ D $2^n\cdot 3^{\frac{n(n+1)}{2}}$
E $\frac{1}{2^n\cdot 3^{\frac{n(n-1)}{2}}}$

Q10 Si $(\forall x\in\mathbb{R})$; $f(x)=(x-5)(x-4)(x-3)(x-2)(x-1)$, alors $f'(1)$ est égale à :

A 24 B 1 C 0 D 5 E -24

Q11 Soit f la fonction définie par : $f(x)=\frac{2\ln x}{x\,(1+(\ln x)^2)}$. La primitive de f sur $]0,+\infty[$ qui s'annule en 1 est :

A $\ln\left((\ln x)^2+1\right)$
B $(\ln x)^2$
C $2\ln\left((\ln x)^2+1\right)$
D $\frac{x\ln x}{\ln x+1}$
E $\frac{2\ln x}{(\ln x)^2+1}$

Q12 L'intégrale $\int_0^1\frac{2t+3}{t+2}\,\mathrm{d}t$ est égale à :

A $\ln\frac{3}{2}$ B $2+\ln\frac{3}{2}$
C $2-\ln\frac{2}{3}$ D $2+\ln\frac{2}{3}$
E $\ln\frac{2}{3}$

Q13 Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. L'ensemble des points M d'affixe z tels que $z+\frac{1}{z}\in\mathbb{R}$ est :

A L'axe des réels privé du point O
B Le cercle de centre O et de rayon 1
C L'axe des réels privé des deux points $A(-1)$ et $B(1)$
D Le cercle de centre O et de rayon 1 privé des deux points $A(-1)$ et $B(1)$
E L'axe des réels privé du point O, union le cercle de centre O et de rayon 1

Q14 Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $w_0=\frac{1}{2}$ et $(\forall n\in\mathbb{N})$; $w_{n+1}=(w_n-1)^2+1$. Si (w_n) est convergente, alors $\lim\limits_{n\to+\infty}w_n$ est égale à :

A 0 B 2 C 1 D $\frac{1}{2}$ E -1

Q15 Soit $a\in]0,+\infty[$ et f la fonction définie par : $f(x)=1+x\ln\sqrt{1+\frac{a}{x}}$. Alors $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ est égale à :

A 1 B $1+\frac{a}{2}$ C $1+a$ D $+\infty$
E a

Q16 Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $AB=AC=10$. L'aire maximale du triangle ABC est :

A $25\frac{\sqrt{2}}{2}$ B 50 C 100 D 10
E $5\sqrt{2}$

Q17 Si $(\forall x\in\mathbb{R}_+^*)$; $f(x)=x^3+3\ln x+1$, alors le nombre dérivé $\left(f^{-1}\right)'(2)$ est égal à :

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{5}$ D $\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{2}$

Q18 L'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin(x)\,e^x\,\mathrm{d}x$ est égale à :

A $\frac{1+e^{\frac{\pi}{2}}}{2}$ B $\frac{e+e^{\frac{\pi}{2}}}{2}$
C $\frac{1-e^{\frac{\pi}{2}}}{2}$ D $1+e^{\frac{\pi}{2}}$
E $1-e^{\frac{\pi}{2}}$

Q19 On considère la fonction f définie par : $(\forall x\in\mathbb{R})\ f(x)=e^{-\frac{x^2}{2}}$. Un encadrement de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0,1]$ est :

A $0\leq f'(x)\leq\frac{1}{\sqrt{e}}$
B $-\frac{1}{\sqrt{e}}\leq f'(x)\leq 0$
C $-\frac{1}{2}\leq f'(x)\leq 0$
D $0\leq f'(x)\leq\sqrt{e}$
E $-\frac{1}{\sqrt{e}}\leq f'(x)\leq-\frac{1}{2}$

Q20 Soit $f(x)=\sqrt{x^3+2x^2+3}-ax\sqrt{x+b}$, avec a et b deux réels donnés. f admet une limite finie en $+\infty$ si et seulement si :

A $a>0$ et $b>0$ B $a=1$ et $b>0$
C $a=1$ et $b=2$ D $a=1$ et $b=0$
E $a>0$ et $b=0$