FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès à la Faculté de Médecine et de Pharmacie

Année universitaire 2021–2022

2021

Énoncé

Q1 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{\ln(e+x)}-1}{\sqrt{x+1}-1}$ est égale à :

A $\dfrac{1}{2e}$ B $\dfrac{1}{e}$ C 1 D e E $2e$

Q2 Si $f(x)=\dfrac{1}{1-x}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$, alors $f'(x)$ est égale à :

A $\dfrac{1}{(1-x)^2}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)+\dfrac{1}{x(1-x^2)}$

B $\dfrac{1}{(1-x)^2}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)-\dfrac{1}{x(1-x^2)}$

C $\dfrac{1}{1-x^2}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)-\dfrac{1}{x(1-x^2)}$

D $\dfrac{1}{(1-x)^2}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)-\dfrac{1}{x(1-x)^2}$

E $\dfrac{1}{(1-x)^2}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)-\dfrac{1}{1-x^2}$

Q3 Le nombre complexe $\left(\dfrac{7-15i}{15+7i}\right)^{2021}$ est égal à :

A i B -1 C $7-15i$ D $-i$ E $7+15i$

Q4 Si $x\in]0,1[$, alors

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1-x+x^2-\cdots+(-1)^n x^n\right)$$

est égale à :

A $\dfrac{1}{x-1}$ B $\dfrac{1}{1-x}$ C 1 D $\dfrac{-1}{1+x}$ E $\dfrac{1}{1+x}$

Q5 Dans $\mathbb{R}$, le nombre de solutions de l'équation $x^5+x-1=0$ est :

A 0 B 1 C 2 D 3 E 5

Q6 Dans $\mathbb{C}$, si $|z|\,\overline{z}=15-20i$, alors $|(1+i)z|$ est égal à :

A $\sqrt{2}$ B $2\sqrt{2}$ C $3\sqrt{2}$ D $4\sqrt{2}$ E $5\sqrt{2}$

Q7 Si f est la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x)=\dfrac{\sqrt{\ln(1+x^2)}}{x}$, alors :

A $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=1$ B $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-1$

C $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\dfrac{1}{2}$ D $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$

E La fonction f n'admet pas de limite en 0

Q8 $(u_n)_{n\geq 0}$ est la suite définie par : $u_0=1$ et pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_{n+1}=u_n^2+u_n$. La limite de la suite (u_n), si elle existe, est égale à :

A 1 B $+\infty$ C 0 D -1

E Autre valeur

Q9 L'intégrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{1+e^{-x^2}}\,dx$ est égale à :

A $\sqrt{\ln\dfrac{1+e}{2}}$ B $\ln\sqrt{1+e}$

C $\ln(1+e)$ D $\ln\sqrt{\dfrac{1+e}{2}}$

E $\sqrt{\ln(1+e)}$

Q10 Si $f(1)=4$ et $(\forall x\in\mathbb{R}_+^*)$ $f'(x)=2x+\ln x$, alors $f(e)$ est égale à :

A e^2 B $e+4$ C e^2+4 D e E 4

Q11 Dans $\mathbb{C}$, si $z=1+i\left(1+\sqrt{2}\right)$, alors :

A $|z|=2\sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{8}$ et $\arg z\equiv\dfrac{3\pi}{8}\ [2\pi]$

B $|z|=2\sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{8}$ et $\arg z\equiv\dfrac{\pi}{8}\ [2\pi]$

C $|z|=2\sqrt{2}\cos\dfrac{3\pi}{8}$ et $\arg z\equiv\dfrac{3\pi}{8}\ [2\pi]$

D $|z|=2\sqrt{2}\cos\dfrac{3\pi}{8}$ et $\arg z\equiv\dfrac{\pi}{8}\ [2\pi]$

E $|z|=2\cos\dfrac{\pi}{8}$ et $\arg z\equiv\dfrac{3\pi}{8}\ [2\pi]$

Q12 Si $\displaystyle\int_1^2 f'(x)f''(x)\,dx=8$ et $f'(2)-f'(1)=2$, alors $f'(2)+f'(1)$ est égal à :

A 4 B 6 C 8 D 10 E 12

Q13 Soit $q\in\mathbb{R}$. Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, on pose $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n} q^k$. Si la suite $(S_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est convergente et $\lim S_n=4$, alors q est égal à :

A $\dfrac{2}{3}$ B $\dfrac{3}{4}$ C $\dfrac{4}{5}$ D $\dfrac{5}{6}$ E $\dfrac{6}{7}$

Q14 L'intégrale $I=\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\sin x+\cos x}\,dx$ est égale à :

A $\dfrac{\pi}{3}$ B $\dfrac{\pi}{4}$ C $\dfrac{\pi}{6}$ D $\dfrac{\pi}{8}$ E $\dfrac{\pi}{12}$

Q15 Dans $\mathbb{C}$, si $|z_1|=|z_2|=1$ et $|z_1+z_2|=\sqrt{3}$, alors $|z_1-z_2|$ est égal à :

A 1 B 3 C $\sqrt{3}$ D 2 E $\sqrt{2}$

Q16 $(u_n)_{n\geq 0}$ est la suite définie par : $u_0=0$, $u_1=1$ et pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, $u_n=\sqrt{\dfrac{u_{n+1}^2+u_{n-1}^2}{2}}$. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ est égale à :

A 0 B $+\infty$ C 1 D $\sqrt{2}$ E $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Q17 Soient $(a;b)\in\mathbb{R}^2$ et f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\begin{cases} ax+b, & \text{si } x\leq 0 \\ \frac{1}{x+1}, & \text{si } x>0 \end{cases}$. La fonction f est dérivable en 0 si et seulement si :

A $a=1$ et $b=1$

B $a=-1$ et $b=1$

C $a=2$ et $b=1$

D $a=-1$ et $b=-1$

E $a=-1$ et $b=0$

Q18 Soient $(a;b)\in\mathbb{R}^2$ et f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=3x^2+2ax+b$. Si $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx<2$, alors le nombre de solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $f(x)=0$ est :

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

Q19 Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ et $\alpha\in\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$. Soient z_1 et z_2 les deux solutions de l'équation d'inconnue z : (E) : $z^2-\sin(2\alpha)z+\sin^2\alpha=0$. La valeur de α pour laquelle les points O, $M(z_1)$ et $M(z_2)$ sont les sommets d'un triangle équilatéral est :

A $\dfrac{\pi}{3}$ B $\dfrac{\pi}{4}$ C $\dfrac{\pi}{5}$ D $\dfrac{\pi}{6}$ E $\dfrac{\pi}{8}$

Q20 Pour tout entier naturel non nul n et pour tout réel x, on pose : $f_n(x)=e^{-x}-nx$. On a :

A $(\forall n\in\mathbb{N}^*)(\exists!\,\alpha_n\in]0;1[)$: $f_n(\alpha_n)=0$ et $\lim n\alpha_n=1$

B $(\forall n\in\mathbb{N}^*)(\exists!\,\alpha_n\in]0;1[)$: $f_n(\alpha_n)=0$ et $\lim n\alpha_n=0$

C $(\forall n\in\mathbb{N}^*)(\exists!\,\alpha_n\in]0;1[)$: $f_n(\alpha_n)=0$ et $\lim n\alpha_n=e$

D $(\forall n\in\mathbb{N}^*)(\exists!\,\alpha_n\in]-1;0[)$: $f_n(\alpha_n)=0$ et $\lim n\alpha_n=0$

E $(\forall n\in\mathbb{N}^*)(\exists!\,\alpha_n\in]-1;0[)$: $f_n(\alpha_n)=0$ et $\lim n\alpha_n=1$